

فصل پنجم



تثکیم (Consolidation)

در فصل گذشته دیدیم که در اثر بارگذاری روی سطح زمین، در اعماق مختلف خاک تنش ایجاد می‌شود و در نتیجه این تنش با توجه به سختی خاک در آن کرنش و تغییر شکل ایجاد می‌شود. به تغییر شکل سطح زمین در اثر اعمال بار نشست می‌گویند.

نشست به دو صورت اتفاق می‌افتد:

- نشست سریع

- نشست درازمدت.

برای خاک‌های خشک یا مرطوب نشست معمولاً سریع یا آنی (کوتاه مدت) اتفاق می‌افتد، اما برای خاک‌های اشباع نشست مستلزم خروج آب منفذی است لذا دو حالت ممکن است رخ دهد:

اگر خاک اشباع درشت دانه باشد، (ضریب نفوذپذیری بالایی داشته باشد) در اثر بار، آب داخل خلل و فرج خاک به سهولت از خاک اشباع خارج می‌شود و نشست سریع یا آنی روی می‌دهد. اما اگر خاک اشباع، خاک ریزدانه باشد، ضریب نفوذپذیری خاک پایین بوده، آب اطراف دانه‌های رس به علت بارهای الکتریکی به سطح دانه‌ی رس چسبیده و راحت خارج نمی‌شود به همین دلیل تغییر شکل این خاک‌ها در درازمدت و به صورت بطئی صورت می‌گیرد.

مکانیسم‌های تغییر شکل خاک تحت اثر بار:

(۱) تغییر شکل دانه‌های خاک تحت اثر بار.

(۲) متراکم شدن آب منفذی در خاک‌های اشباع

(۳) غلتش و لغزش بین دانه‌های خاک و خروج هوا از خلل و فرج خاک.

(۴) خروج تدریجی آب از خاک اشباع و کاهش حجم و ایجاد ساختار جدید در خاک.

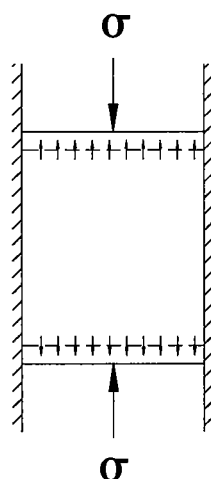
بین این مکانیسم‌ها...

مکانیسم اول ناچیز است.

مکانیسم دوم نیز به علت تراکم پذیری اندک آب، خیلی کم است. عمده تراکم و تغییر شکل خاک، برای خاک‌های خشک و مرطوب، به مکانیسم سوم و برای خاک‌های اشباع، به مکانیسم چهارم برمیگردد.

مکانیسم چهارم، تحکیم (Consolidation) نامیده می‌شود. در این پدیده آب منفذی بر اثر بار وارده تحت فشار قرار می‌گیرد و در اثر این فشار به خارج از ساختار خاک رانده می‌شود. با خارج شدن آب منفذی تحت اثر فشار از داخل خاک، دانه‌های خاک بهم نزدیک‌تر شده و ساختار پایدارتری را پیدا می‌کنند. کاهش حجمی که در خاک اشباع در اثر این پدیده رخ می‌دهد نشست تحکیمی نامیده می‌شود. در تحکیم هم تنش، هم کرنش و هم زمان دخالت دارد.

نمونه‌ی خاکی به صورت مقابل در نظر بگیرید. اگر تنش σ به آن وارد شود، مقداری آب از آن خارج شده و نمونه‌ی خاک به صورت نشان داده شده تغییر شکل می‌دهد.

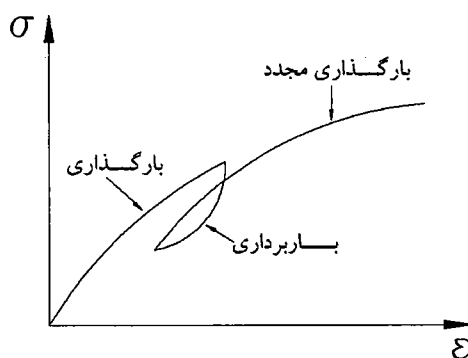


اگر مانند شکل فوق نمونه خاک از اطراف محدود باشد تغییر شکل در راستای قائم اتفاق می‌افتد و خواهیم داشت:

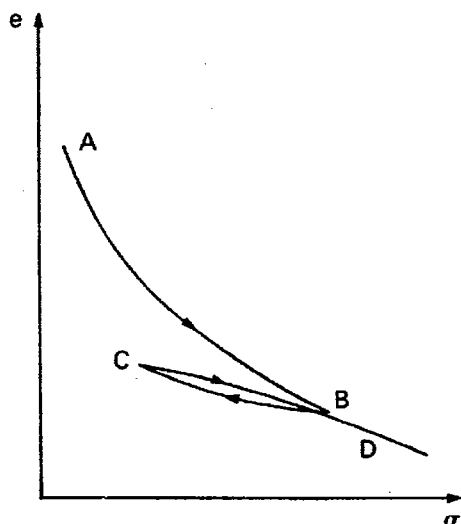
$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta h}{h}$$

یعنی تغییر حجم نسبی (کرنش حجمی) با تغییر ارتفاع نسبی برابر است.

با تغییر مقدار σ و اندازه‌گیری کرنش ایجاد شده می‌توان دیاگرام تنش - کرنش به صورت زیر به دست آورد:



در مکانیک خاک کلاسیک معمول است که این منحنی را 90° میچرخانند و به جای کرنش از درجه‌ی تخلخل (e) که شاخصی از تغییر حجم است، استفاده می‌کنند. در این صورت منحنی به شکل زیر در خواهد آمد:

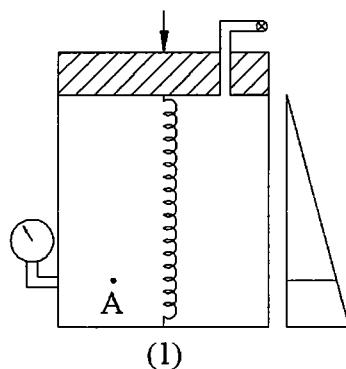


مفهوم هر دو منحنی یکسان است. از هر دو منحنی می‌توان فهمید که نمودار تنش-کرنش در خاک غیر خطی است. اگر خاک درشت دانه باشد کل این روند خیلی سریع رخ می‌دهد ولی در خاک‌های ریزدانه این روند کند و بطئی صورت می‌گیرد.

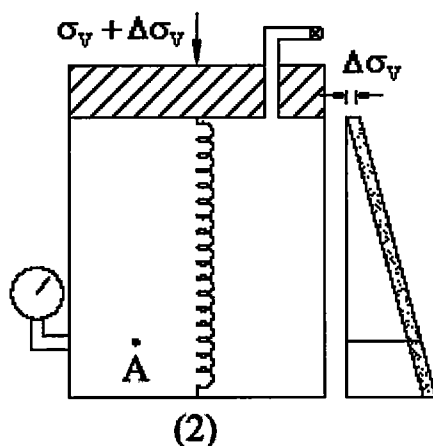
در طبیعت نیز پدیده‌ی تحکیم در خاک‌های درشت‌دانه خیلی سریع (چند ثانیه یا حداکثر چند دقیقه) روی می‌دهد اما در خاک‌های ریزدانه‌ی رسی زمان بیشتری (چند ساعت، چند روز، چند سال) نیاز است. به عبارت دیگر نشست تحکیمی خاک‌های ریزدانه در زمان طولانی‌تری اتفاق می‌افتد. بحث اصلی تحکیم در مورد خاک‌های ریزدانه است. هر چند این پدیده در خاک‌های درشت‌دانه هم اتفاق می‌افتد، اما مشکلات، معمولاً در اثر نشست درازمدت و در خاک‌های ریزدانه‌ی رسی روی می‌دهد.

آزمایش فنر و سیلندر: (Spring Analogy)

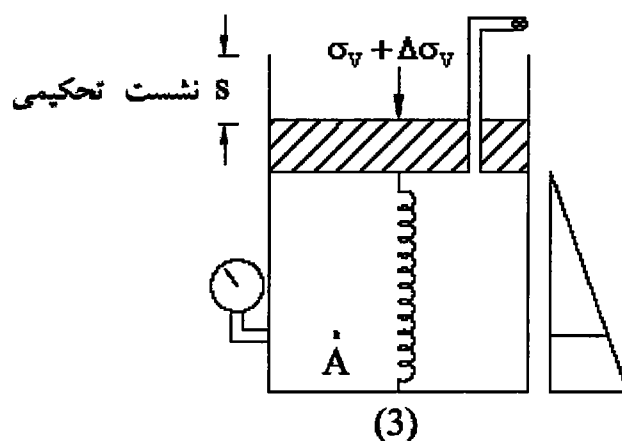
تحکیم خاک‌های ریزدانه را با آزمایش فنر و سیلندر مدل می‌کنند. سیلندر فلزی پر از آبی را با درپوشی که راه نفوذ ندارد و فنری که در زیر آن قرار دارد در نظر بگیرید. فرض کنید در نقطه‌ی A مانند A پیژومتری وصل کرده ایم تا فشار آب منفذی را مشخص کند. برای درپوش هم شیاری در نظر گرفته شده که به یک شیر کنترل متصل است. همچنین فرض کنید وزن درپوش تنشی به اندازه‌ی σ_v وارد می‌کند. ابتدا در حالتی که شیر کنترل باز است آنقدر صبر می‌کنیم تا آب و فنر تحت اثر این تنش به تعادل برسد. در این حالت که دیگر آبی از شیر کنترل خارج نمی‌شود همه‌ی σ_v را فنر تحمل می‌کند و آب اصلاً در فشار نیست. در این صورت فشار آب در نقطه‌ی A برابر فشار ستون آب بالای آن است که از قانون هیدرواستاتیک تبعیت می‌کند. در این آزمایش فنر جانشین ساختار خاک و آب داخل سیلندر جانشین آبی است که در خلل و فرج ساختار خاک وجود دارد.



حال اگر به اندازه‌ی $\Delta\sigma_v$ تنش اضافی به درپوش وارد کنیم و اجازه‌ی خروج آب را نیز به مجموعه ندهیم (شیر کنترل بسته باشد) درپوش در اثر بار اضافی پائین تر نمی‌رود (چون آب متراکم نمی‌شود) در اینصورت هم‌ی $\Delta\sigma_v$ را آب تحمل می‌کند و فشاری اضافی به فنر وارد نمی‌شود. به همین دلیل در این حالت پیزومتر در نقطه‌ی فشار آب $u_0 + \Delta\sigma_v$ را نشان می‌دهد.



در حالت سوم فرض کنید شیر کنترل را به آرامی باز کنیم. چون آب تحت فشار است از هر سوراخی که راه پیدا کند خارج می‌شود با خروج آب، درپوش پایین‌تر رفته و فشار آب تدریجاً کاهش می‌یابد. و فشاری که از آب کم می‌شود به فنر اضافه می‌شود تا اینکه سیستم دوباره به تعادل می‌رسد. هر چه شیر کنترل بیشتر باز شود، آب سریعتر بیرون آمده و درپوش زودتر پائین می‌رود. میزان باز کردن شیر در این آزمایش، معادل ضریب نفوذپذیری در خاک است. فاصله‌ای که درپوش پائین می‌آید در واقع همان نشست تحکیمی در خاک است.

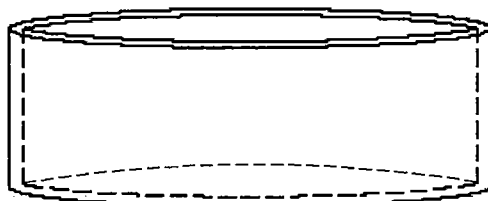


در اینجا دو نکته وجود دارد:

- در تعادل ثانویه فشار آب دوباره به صورت فشار هیدرواستاتیک قابل محاسبه است.
 - در انتهای تحکیم هم خاک هنوز اشباع است اما ساختار اسکلت آن (فتر) عوض شده است.
- حال اگر $\Delta\sigma_v$ را به $2\Delta\sigma_v$ تغییر دهیم دوباره این مراحل تکرار می‌شود. در ابتدا بار را تماماً آب تحمل می‌کند و با خروج تدریجی آب این بار به فتر منتقل می‌شود.
- در طبیعت به علت بزرگ بودن ابعاد لایه‌های خاک در پلان، می‌توان گفت قطرات آب جهت خروج از خاک در راستای قائم حرکت می‌کنند. به عبارتی دیگر در طبیعت تحکیم یک بعدی و در جهت قائم است. جهت تحکیم در واقع همان جهت حرکت آب است.

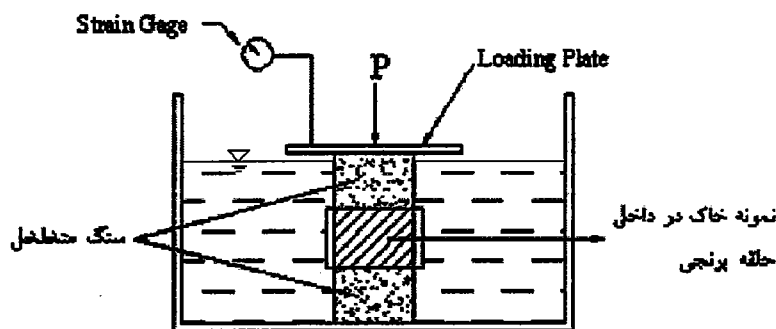
آزمایش تحکیم « oedometer »:

برای شبیه سازی تحکیم در آزمایشگاه، از این آزمایش استفاده می‌کنیم. حلقه‌ی برنجی را در نظر بگیرید (ارتفاع حدود lin و قطر حدود $5in$) این حلقه را به آرامی وارد نمونه دست‌نخورده از خاکی که از محل آورده شده است می‌کنیم. سپس بالا و پائین آن را با سیم می‌بریم تا خاک رس کاملاً در حلقه قرار بگیرد.



حلقه را در ظرفی پر از آب بر روی یک سنگ متخلخل قرار می‌دهیم و سپس روی آن را نیز سنگ متخلخل دیگری قرار می‌دهیم قطر این سنگ‌های متخلخل کمی از قطر داخلی حلقه‌ی برنجی کوچکتر است. (برای اینکه نیرو را به خاک داخل حلقه منتقل کنند)

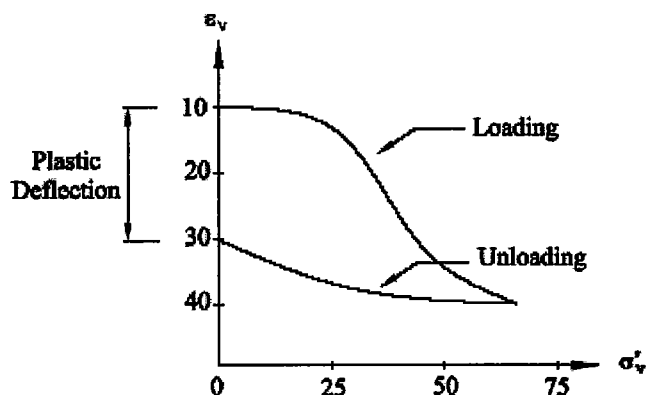
سپس روی سنگ فوقانی یک صفحه‌ی فلزی قرار داده و روی آن بطور مستقیم ویا با استفاده از وزنه و اهرم بار اعمال می‌کنند.



برای اندازه‌گیری میزان کاهش ارتفاع نمونه خاک تحت اثر بار از Strain gage استفاده می‌شود. علت استفاده از سنگ متخلخل نیز، امکان حرکت و خروج آب در جهت قائم از داخل خاک است. با افزایش مرحله‌ای بار P مقدار تغییر حجم خاک اندازه‌گیری می‌شود. معمولاً در انتهای آزمایش، بار P نهایی، کاهش یافته و تغییر حجم خاک در اثر باربرداری نیز اندازه‌گیری می‌شود.

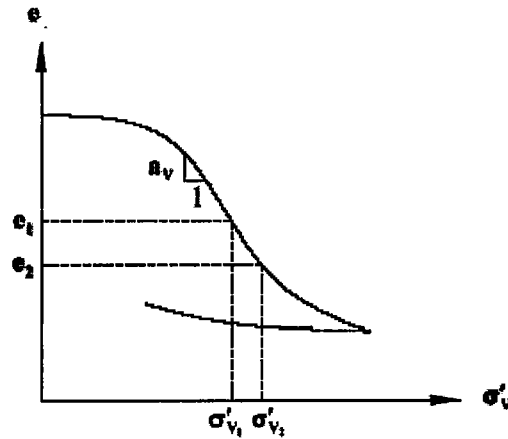
نتیجه‌ای که از این آزمایش گرفته می‌شود به چند صورت قابل نشان دادن است:

۱. اگر نمودار کرنش را برحسب تنش وارده رسم کنیم به شکلی شبیه شکل زیر خواهیم رسید:



در ابتدای بارگذاری با افزایش تنش، کرنش به میزان اندکی افزوده می‌شود اما بعد از حدی از بار، شیب تغییرات کرنش زیاد می‌شود. چون منحنی بارگذاری و باربرداری برهم منطبق نیست پس می‌توان نتیجه گرفت رفتار خاک غیرالاستیک است. یعنی اگر مقدار تنش را دوباره به صفر برسانیم در خاک تغییرشکل پلاستیک (دائمی) باقی خواهد ماند. شیب منحنی بارگذاری را با m_v نشان می‌دهند و به آن ضریب تغییرحجم خاک می‌گویند. مقدار m_v به تنش بستگی دارد.

۲. اگر نمودار را به جای ϵ_v برحسب درجه‌ی تخلخل رسم کنیم الگوی منحنی تغییر نمی‌کند و تنها شیب آن عوض می‌شود. شیب منحنی در این حالت را با a_v نشان می‌دهند.



$$a_v = \frac{-de}{d\sigma'_v} \approx \frac{-\Delta e}{\Delta\sigma'_v} = \frac{e_1 - e_2}{\sigma'_{v2} - \sigma'_{v1}}$$

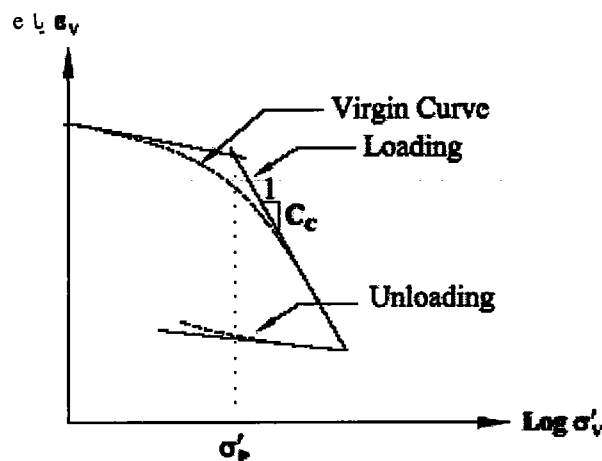
چون e با ε_v رابطه دارد می توان نوشت:

$$m_v = \frac{d\varepsilon_v}{d\sigma'_v} \cong \frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\sigma'_v} = \frac{\Delta e / (1 + e_0)}{\Delta\sigma'_v} = \frac{a_v}{1 + e_0}$$

$$\rightarrow m_v = \frac{a_v}{1 + e_0}$$

e_0 درجه تخلخل اولیه خاک (قبل از اعمال بار) می باشد. به این ترتیب دو ضریب به هم ارتباط پیدا می کنند. تنها مشکل این است که در این منحنیها m_v و a_v مقادیری ثابت نیستند.

برای اینکه این منحنیها شکل خطی تری به خود بگیرد، آن را در مقیاس نیمه لگاریتمی رسم می کنند. وقتی که این منحنیها در مقیاس نیمه لگاریتمی رسم میشوند با تقریب بهتری می توان آن ها را به صورت ۳ خط با شیب ثابت در نظر گرفت. قسمت اول منحنی تحکیم در دستگاه محورهای مختصات $e - \log \sigma'_v$ دارای شیب کمی است ولی پس از تنش ماند σ'_p که تقریباً متناظر با محل برخورد دو مماس است شیب منحنی یکباره افزایش یافته و به C_c میرسد. در حالت کاهش بار (باربرداری) شیب مجدداً کاهش پیدا می کند که آن را با C_r نشان می دهند. در بارگذاری مجدد (Reloading) بازگشت روی مسیر Unloading صورت می گیرد.

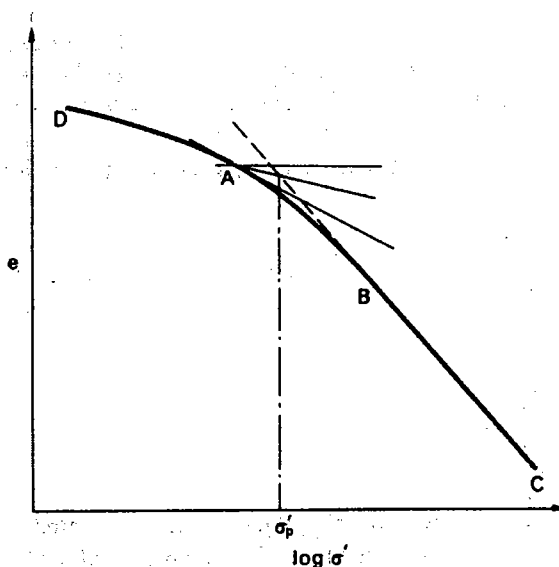


مقدار σ'_p برای ما مهم است. اگر تنش که تحت اثر وزن سازه به زمین وارد می شود کمتر از σ'_p باشد تغییرشکل خاک کم است. اما اگر از σ'_p بیشتر باشد تغییرشکل زیادی اتفاق خواهد افتاد که ممکن است ما را دچار مشکل کند. به σ'_p فشار پیش تحکیمی خاک (Pre consolidation Pressure) گفته می شود. نکته جالبی که از این منحنی ها می توان به دست آورد این است که شیب قسمت اول (زمانی که تنش بارگذاری کمتر از σ'_p است) تقریباً با شیب قسمت باربرداری یکسان است.

روش Casagrande برای تعیین σ'_p روی منحنی:

برای پیدا کردن σ'_p از روی منحنی باید مراحل زیر را دنبال کرد:

- ۱- با چشم نقطه ای را روی منحنی تعیین می کنیم که حداقل شعاع (بیشترین انحنا) را داشته باشد. این نقطه را A مینامیم.
 - ۲- از نقطه A یک خط به موازات محور افقی و یک خط مماس بر منحنی رسم می کنیم.
 - ۳- نیمساز زاویه ی تشکیل شده در نقطه A را رسم می کنیم.
 - ۴- محل تلاقی نیمساز و امتداد BC از منحنی تحکیم را به عنوان σ'_p در نظر می گیریم.
- در عمل، محل برخورد دو مماس بر شاخه های BC و AD از منحنی تفاوت زیادی با σ'_p بدست آمده از روش ترسیمی Casagrande ندارد.



در حقیقت σ'_p نقطه ای است که به عنوان نقطه ی شکست منحنی در نظر گرفته می شود. یعنی در این نقطه با افزایش تنش، تغییرات نشست یکباره افزایش می یابد.

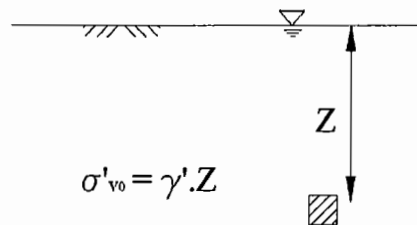
لازم به ذکر است فشار پیش تحکیمی، حداکثر فشار قائمی است که خاک در طول عمر خود از نظر زمین شناسی تحمل کرده است. وقتی نمونه ی خاک تحت تنش بیشتر از آنچه تا به حال به آن وارد شده، قرار می گیرد، اسکلت خاک قادر به تحمل این تنش نبوده و ساختار خاک فرو می ریزد. بعبارت دیگر σ'_p همان تنش تسلیم (σ_y) در خاک برای بارگذاری اولیه می باشد.

خاک‌های عادی تحکیم یافته و خاک‌های پیش تحکیم یافته:

خاک با تحکیم عادی یا خاک عادی تحکیم یافته (Normally Consolidated Soils) خاکی است که σ'_p به دست آمده از آزمایش تحکیم برابر با فشار رو بار موثر قائم وارد بر نمونه‌ی خاک در طبیعت، در همان عمق باشد که نمونه از آنجا اخذ شده است.

تنش مؤثر قائم در محل نمونه $\sigma'_p = \sigma'_{v0}$ فشار پیش تحکیمی

این خاک‌ها را با نماد NC نشان می‌دهند.

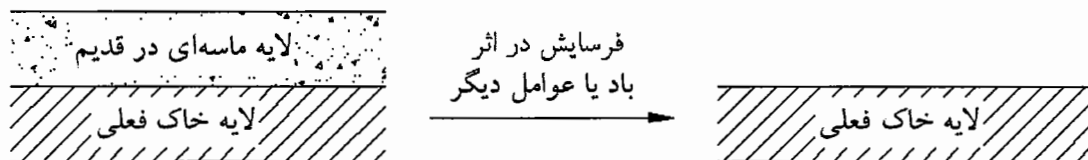


حداکثر تنشی که خاک NC در طول عمر خود تجربه کرده است وزن خاک بالای سر آن بوده است.

اگر فشار پیش تحکیمی که از آزمایش به دست می‌آید بیشتر از فشار رویار مؤثر قائم در آن نقطه باشد، این خاک را خاک پیش تحکیم یافته (over consolidated soil) مینامند.

(تنش مؤثر قائم در محل $\sigma'_p > \sigma'_{v0}$ فشار پیش تحکیمی)

این نوع خاک‌ها را با نماد OC نشان می‌دهند.



خاک OC خاکی است که قبلاً تحت فشاری بیشتر از وضعیت فعلی قرار داشته باشد. این حالت در اثر فرسایش و جابجایی لایه‌ای از خاک یا توده یخچالی از روی لایه خاک فعلی به وجود می‌آید (شکل بالا)

شاخص پیش تحکیمی (Over Consolidation Ratio):

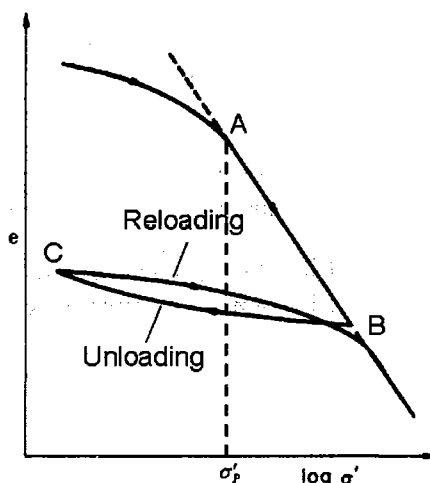
شاخص پیش تحکیمی را به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}$$

اگر $OCR=1$ باشد خاک عادی تحکیم یافته و اگر $OCR>1$ باشد خاک پیش تحکیم یافته است. برای خاک‌های پیش تحکیم یافته، شاخص پیش تحکیمی عددی بین 1.2-2.5 است. ولی در طبیعت ممکن است خاک‌های با $OCR=2$ هم وجود داشته باشد.

از لحاظ مهندسی، خاک‌های پیش تحکیم یافته (OC) برای ما بهتر هستند چون مقاومت بیشتر و تغییر شکل پذیری کمتری در مقابل بارهای وارده دارند. در طبیعت فراوانی خاک‌های OC از خاک‌های NC بیشتر است. (60-70% خاک‌ها OC هستند)

خاک‌های خیلی نرمی که زمان زیادی از رسوب گذاری آن‌ها نمیگذرد ممکن است **under consolidated** باشند ($OCR < 1.00$).



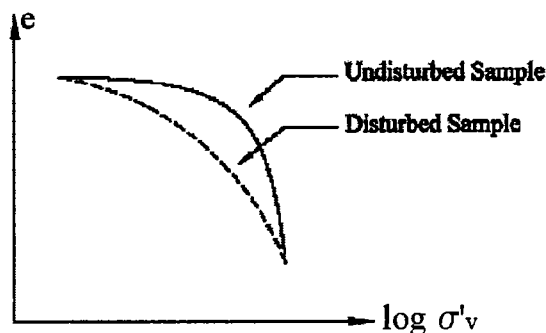
خاک همواره بیشترین تنش وارد شده را به خاطر می‌سپارد و آن تنش همان σ'_p در منحنی تحکیم خاک است. تا زمانی که تنش وارد بر خاک به σ'_p نرسیده تغییر حجم خاک در مقابل بار وارده کم است ولی زمانی که تنش از σ'_p تجاوز می‌کند یکباره تغییر حجم خاک در مقابل بار زیاد می‌شود. همانطور که ذکر شد شیب متوسط **unloading** و **reloading** نزدیک به شیب اولیه‌ی بارگذاری است.

باید توجه داشت در شکل فوق وقتی روی مسیر **unloading** حرکت می‌کنیم خاک ما **OC** خواهد بود، چون تنشی که در حین باربرداری به آن وارد می‌شود از تنش قبلی آن (تنش نظیر نقطه **B**) کمتر است. در این حالت تنش متناظر نقطه‌ی **B** تنش پیش تحکیمی ما خواهد بود. یعنی اگر بعد از باربرداری تا **C**، بارگذاری مجدد انجام دهیم تا نقطه‌ی **B** خاک با شیب ملایم آمده و سپس روی همان منحنی قبلی حرکت می‌کند.

با توجه به اینکه هر چه σ'_p بیشتر شود از لحاظ مهندسی بهتر است، (خاک تحت تنش بیشتری می‌تواند با شیب کمتر حرکت کند و لذا کمتر تغییر شکل دهد) لذا یکی از روش‌های اصلاح خاک «پیش بارگذاری» (**Pre-loading**) است.

علت‌های اصلی پیش تحکیم یافتگی خاک در طبیعت عبارتند از:

- تغییر در فشار آب منفذی (بالا یا پائین رفتن سطح سفره آب زیرزمینی)
- باربرداری که در دوره‌های مختلف زمین شناسی رخ می‌دهد. (مانند یخبندان و سپس ذوب یخ‌ها در نواحی قطبی، حرکت ماسه‌ها و جابه‌جایی آن‌ها توسط باد در صحرا. ...)
- آزمایش تحکیم باید روی نمونه خاک دست نخورده (**undisturbed sample**) انجام شود. دست خوردگی نمونه‌ی خاک، روی خمیدگی منحنی تحکیم اثر گذاشته و آن را کاهش می‌دهد.

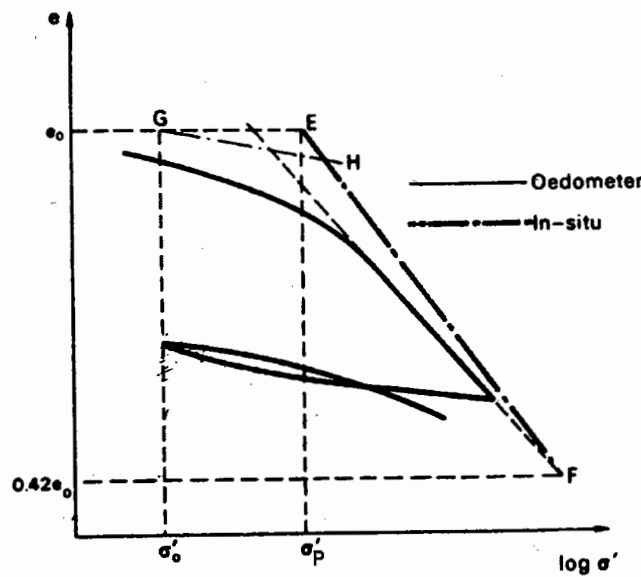


اصلاح شیب منحنی تحکیم (ضریب C_C اصلاح شده):

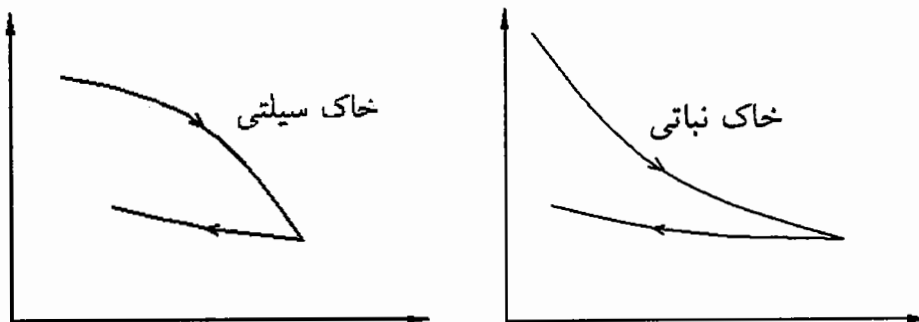
این روش را Schmertman در سال 1953 ارائه کرد.

ما زمانی که نمونه‌ی خاک را از محل پروژه به آزمایشگاه منتقل می‌کنیم، این نمونه اندکی دست خورده می‌شود و همانطور که در بالا گفته شد بعلت دست‌خوردگی شیب (C_C) کاهش می‌یابد. در این حالت برای تخمین شیب C_C واقعی به روش زیر عمل می‌کنیم:

- ۱- e_0 را روی محور قائم مشخص می‌کنیم.
- ۲- $0.42e_0$ را روی محور قائم علامت گذاری می‌کنیم.
- ۳- خط عمودی σ'_p را امتداد می‌دهیم تا خط افقی e_0 را قطع کند.
- ۴- از نقطه‌ی تلاقی خط افقی e_0 و خط عمودی σ'_p (نقطه E) به نقطه‌ی تلاقی دنباله منحنی تحکیم با خط افقی $0.42e_0$ (نقطه F) وصل می‌کنیم.
- ۵- شیب این خط (EF)، مقدار C_C جدید اصلاح شده است.



اگر خاک اشباع ما نسبتاً درشت دانه باشد، (مثلاً برای خاک‌های سیلتی) وضعیت تغییر ناگهانی شیب منحنی تحکیم در σ'_p کمتر می‌شود و تشخیص نقطه شکستگی (Break down) در منحنی مشکل تر خواهد بود.



در آزمایش تحکیم برای خاک‌های آلی و Peat با نمودار مقعر روپرو هستیم. تقعر نمودار تحکیم نشانه‌ی موجود بودن مواد آلی در خاک است.

ما برای کارهای مهندسی نیازمندیم به صورت کمی مقدار دو ضریب C_C و C_r را بدانیم. حسب تعریف رابطه‌ی به دست آوردن C_C را می‌توان به صورت زیر ذکر کرد.

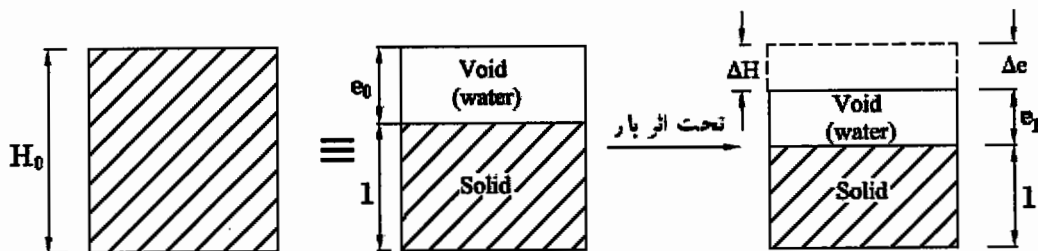
$$C_C = -\frac{de}{d(\log \sigma'_v)}$$

به این ترتیب مقدار C_C را از روی نمودار با توجه به رابطه‌ی زیر می‌توان مشخص کرد:

$$C_C = \frac{e_1 - e_2}{\text{Log} \sigma'_2 - \text{Log} \sigma'_1}$$

برای تعیین پارامتر C_r نیز به روشی مشابه از منحنی تحکیم "در شاخه باربرداری" استفاده می‌شود. روش‌های تجربی مختلفی وجود دارد که C_r را به C_C مرتبط می‌کند و با داشتن C_C می‌توان این ضریب را نیز به دست آورد. C_r معمولاً 5 تا 10 درصد مقدار C_C را دارد.

چگونگی تعیین مقدار نشست تحکیمی در پایان پروسه‌ی تحکیم یک لایه‌ی خاک:



با توجه به آنچه در شکل‌های بالا مشاهده می‌شود می‌توان نوشت:

$$\epsilon_v = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{S}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

ϵ_v : کرنش قائم در نمونه خاک (یا کرنش حجمی)

H_0 : ضخامت لایه‌ی خاک اشباع اولیه (قبل از بارگذاری)

e_0 : تخلخل اولیه (قبل از بارگذاری)

Δe : تغییر تخلخل رخ داده در سیستم ناشی از بارگذاری میباشد.

ΔH : نشست سطح خاک در اثر بار می‌باشد که با S (Settlement) نیز نشان داده می‌شود.

این رابطه، یک رابطه‌ی اساسی در محاسبه‌ی تحکیم خاک‌های اشباع است.

با توجه به رابطه‌ی ای که برای C_C به دست آوردیم، مقدار Δe را می‌توان به صورت زیر به دست آوریم:

$$C_C = \frac{e_1 - e_2}{\text{Log} \sigma'_2 - \text{Log} \sigma'_1} = \frac{\Delta e}{\text{Log} \left(\frac{\sigma'_2}{\sigma'_1} \right)}$$

$$\rightarrow \Delta e = C_C \cdot \text{Log} \left(\frac{\sigma'_2}{\sigma'_1} \right)$$

با جایگذاری به جای Δe در رابطه مربوط به نشست S خواهیم داشت:

$$\rightarrow S = \frac{C_c \cdot \text{Log}(\sigma'_2 / \sigma'_1)}{1 + e_0} H_0$$

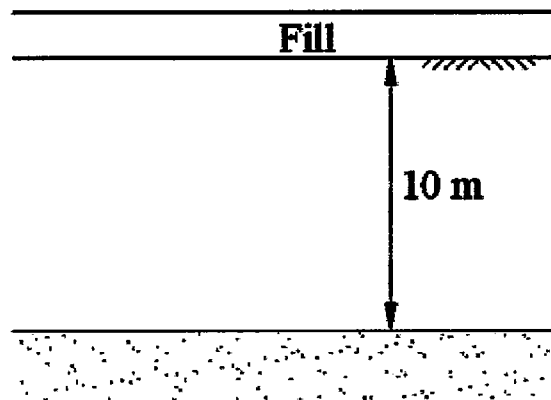
$$\rightarrow S = C_c \frac{H_0}{1 + e_0} \text{Log} \frac{\sigma'_2}{\sigma'_1}$$

$$\rightarrow S = C_c \frac{H_0}{1 + e_0} \text{Log} \left(\frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}} \right)$$

به این ترتیب مقدار نشست تحکیمی، S ، به دست می‌آید.

اگر m_v و a_v را در ضخامت لایه‌ی خاک ثابت فرض کنیم، با استفاده از این دو ضریب هم می‌توان نشست تحکیمی را حساب کرد. اما چون m_v و a_v با تنش وارده تغییر می‌کنند به همین دلیل برای محاسبه نشست ناشی از تحکیم معمولاً از رابطه فوق بر اساس C_c استفاده می‌شود.

مثال: ضخامت یک لایه خاک تراکم پذیر در محل 10m است. تخلخل اولیه‌ی خاک $e_0=1$ و تخلخل خاک در پایان تحکیم این لایه به وسیله‌ی قراردادن یک لایه خاک‌ریزی بر روی آن، 0.8 در آزمایشگاه به دست می‌آید. نشست تحکیمی این لایه‌ی خاک در اثر وزن خاک‌ریزی چقدر است؟



حل:

$\rightarrow e_0 = 1$ Primary
after Loading $\rightarrow e = 0.8$

بر اساس روابط پایه ای که برای نشست تحکیمی به دست آوردیم، می‌توان نوشت:

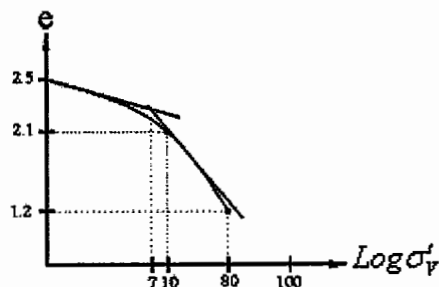
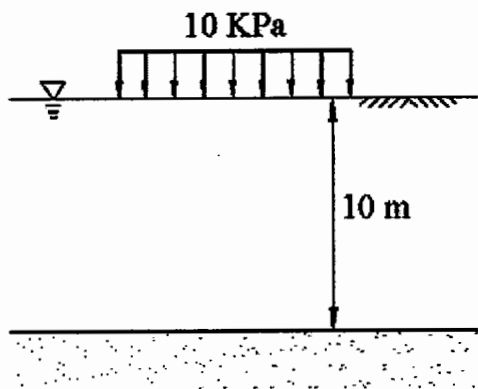
$$\frac{S}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

$$\rightarrow \frac{S}{10} = \frac{1.0 - 0.8}{1 + 1.0}$$

$\rightarrow S = 1m$

بنابراین لایه خاک ۱۰ متری در پایان تحکیم حدوداً ۱ متر نشست خواهد داشت و ضخامت آن به ۹.۰ متر کاهش پیدا می‌کند.

مثال: بر روی یک لایه‌ی خاک به ضخامت 10m، بارگذاری اجرا می‌شود که در اثر آن تنش متوسطی در حدود 10Kpa به لایه‌ی خاک وارد می‌شود. اگر آزمایش ادمتر را بر روی نمونه‌ی خاک انجام دهیم، نموداری به شکل زیر به دست خواهیم آورد. با فرض اینکه درجه‌ی تخلخل اولیه‌ی خاک $e_0=2.5$ باشد، نشست تحکیمی این لایه‌ی خاک را تحت اثر خاکریزی به دست آورید.



حل:

براساس نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$$C_c = \frac{2.1 - 1.2}{\text{Log}80 - \text{Log}10} = 0.986$$

از روی منحنی. $\rightarrow \sigma'_p = 7 \text{Kpa}$

اکنون با داشتن این داده‌ها می‌توان نشست را حساب کرد:

$$S = C_c \frac{H_0}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}}$$

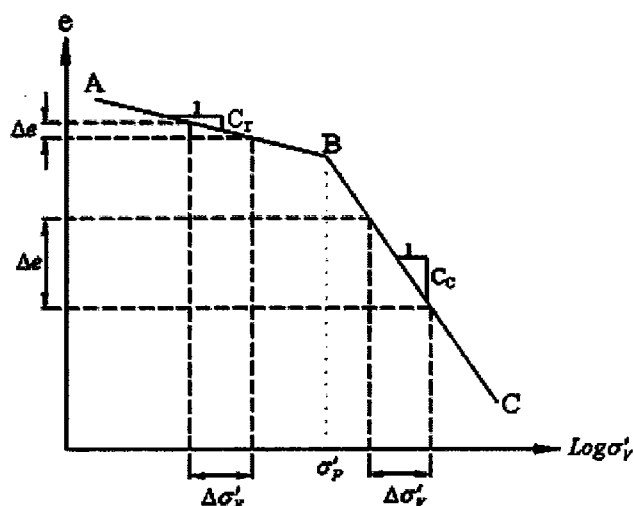
$$= (0.986) \frac{10.0}{1 + 2.5} \log \frac{7 + 10}{7}$$

$\rightarrow S = 1.09 \text{m}$

عدد به دست آمده، نشست پس از پایان پروسه‌ی تحکیم است.

نشست تحکیمی در رس‌های پیش تحکیم یافته (O.C. Clay):

گفتیم اگر تنش ثابت $\Delta\sigma'_v$ در دو بخش AB و BC از منحنی تحکیم بر خاک وارد شود به دلیل اختلاف شیب در این قسمت، مقدار Δe ایجاد شده در خاک تفاوت زیادی با یکدیگر خواهند داشت.

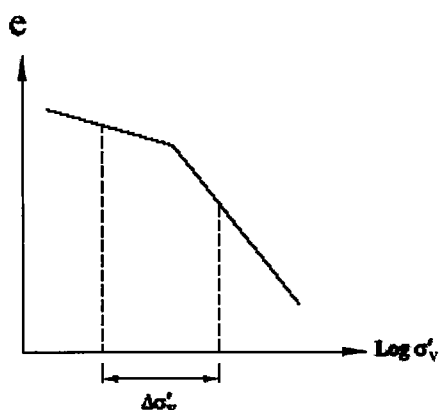


از روی منحنی نیز به خوبی می‌توان مشاهده کرد که اگر روی شاخه‌ی بالایی باشیم، مقدار نشست تحت اثر بار اضافی یکسان کمتر است. می‌توان نشان داد که مقدار نشست از همان رابطه اصلی ولی با تغییر C_r به C_c به دست می‌آید.

پس می‌توان نوشت:

$$S = C_r \cdot \frac{H_0}{1 + e_0} \text{Log} \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}}$$

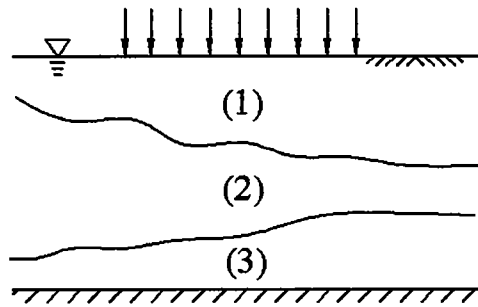
اگر تنش اولیه‌ی در قسمت OC از خاک (یعنی \overline{AB}) قرار داشته باشد اما میزان بار اضافی وارده به حدی زیاد باشد که تنش نهایی از نقطه B فراتر رفته و روی شاخه‌ی NC از خاک (یعنی \overline{BC}) قرار داشته باشد، در این صورت باید $\Delta\sigma'_v$ را به دو قسمت تقسیم کرد و نشست هر قسمت را با شیب خط آن ناحیه به دست آورد و سپس با هم جمع نمود.



اگر خاک زیر سازه‌ی ما شامل چندین لایه رس اشباع باشد در اینصورت نشست کل برابر مجموع نشست همه لایه‌ها خواهد بود:

$$S_{total} = \sum_{i=1}^N S_i = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_N$$

مسلم است لایه‌ای که پائین‌تر است نشست تحکیمی کمتری خواهد داشت. چون تنش انتقال یافته به خاک با افزایش عمق کاهش پیدا می‌کند.



روش های تقریبی تعیین C_c :

از آنجا که آزمایش تحکیم طولانی است و نیازمند قرائت مرتب است. لذا برای به دست آوردن C_c می توان از روابط تجربی زیر استفاده کرد:

$C_c = 0.009$ (LL-10) برای رس های دست نخورده $\pm 30\%$ قابلیت اطمینان

$C_c = 0.007$ (LL-7) برای رس های دست خورده

$C_c = 1.15 (e_0 - 0.35)$ برای هر گونه رس

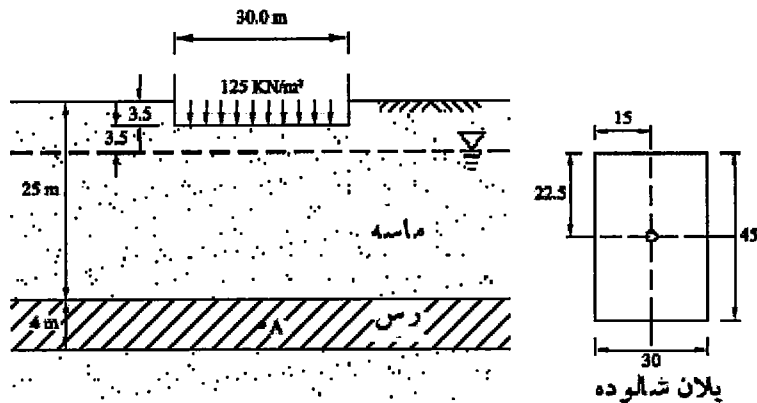
$C_c = 0.30 (e_0 - 0.27)$ برای خاک های سیلتی و رس غیر آلی

$C_c = 0.01 \sim 0.15 (\omega_n \%)$

با توجه به نمودارهای به دست آمده از آزمایش تحکیم روی خاک های مختلف می توان گفت C_r تقریباً $5 \sim 10\%$ مقدار C_c را دارد. به لحاظ عددی معمولاً $0.015 \leq C_r \leq 0.035$ قرار دارد، اما بازه ی حداقل و حداکثر C_r را می توان به صورت زیر نوشت:

$0.005 < C_r < 0.050$

مثال: بار ساختمانی به وسیله یک شالوده به ابعاد ۳۰×۴۵ متر به زمین منتقل می گردد. در زیر شالوده ساختمان یک لایه ماسه و یک لایه رس مطابق شکل قرار گرفته است. با فرض اینکه تنش وارده از طرف شالوده به زمین ۱۲۵ KN/m^2 و ضریب تغییر حجم لایه رسی $m_v = ۰/۳۵ \text{ m}^2/\text{MN}$ فرض شود، نشست تحکیمی لایه رسی در اثر بار ساختمان چقدر خواهد بود؟



حل:

ضخامت لایه رسی در مقایسه با ابعاد شالوده کم بوده و تحکیم، یک بعدی می باشد. نشست لایه ماسه ای آنی است. برای محاسبه نشست تحکیمی باید $\Delta\sigma$ ناشی از بار شالوده در وسط لایه رسی نقطه A محاسبه گردد. برای این کار از نمودارهای فصل قبل استفاده می شود.

$$Z_A = 23.5 \text{ m}$$

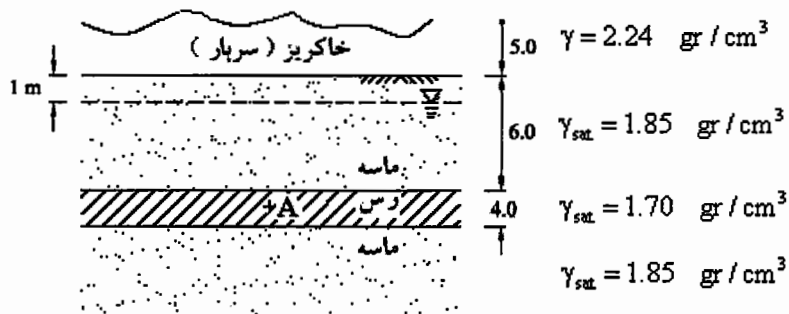
$$m = \frac{22.5}{23.5} = 0.95$$

$$n = \frac{15.0}{23.5} = 0.64$$

$$\text{از روی نمودار} \longrightarrow I = 0.140 \longrightarrow \Delta\sigma' = 4 \times 0.140 \times 125 = 70 \text{ KN/m}^2$$

$$S = m_v \cdot \Delta\sigma' \cdot H = 0.35 \times 70 \times 4.0 = 98 \text{ mm}$$

مثال: ۵ متر خاکریز به عنوان سربار روی منطقه وسیعی که نیمرخ خاک آن به شکل زیر است، قرار گرفته است. اگر برای لایه رسی در آزمایش تحکیم، $e_0 = 1.92$ و $C_c = 0.85$ به دست آمده باشد، نشست تحکیمی لایه رسی را حساب کنید.



حل:

لایه رسی تحت اثر سربار نشست تحکیمی دارد. برای محاسبه مقدار نشست لایه رسی، باید $\Delta\sigma'$ وارده در وسط لایه رسی حساب شود. (لایه ماسه ای نشست آنی دارد).

$$s = C_c \frac{H}{1+e_0} \text{Log} \frac{\sigma'_{v_0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v_0}}$$

$$\text{تنش کل اولیه } \sigma_v = 600^{\text{cm}} \times 1.85 + 200^{\text{cm}} \times 1.70 = 1450 \text{ gr/cm}^2$$

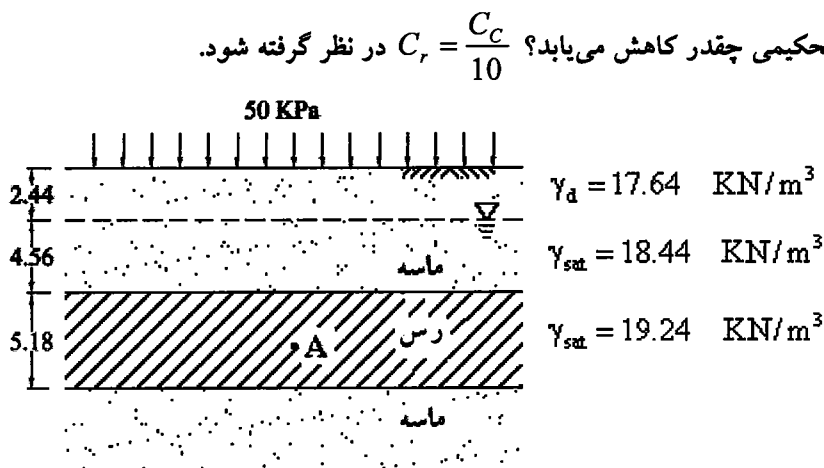
$$\text{تنش موثر اولیه } \sigma'_{v_0} = \sigma_v - u = 1450 - (700 \times 1.00) = 750 \text{ gr/cm}^2$$

$$\text{سربار } \Delta\sigma'_v = 500^{\text{cm}} \times 2.24 = 1120 \text{ gr/cm}^2$$

$$\longrightarrow s = 0.85 \times \frac{400}{1+1.92} \times \text{Log} \frac{750+1120}{750} = 46.2 \text{ cm}$$

در این مثال از تفاوت وزن مخصوص خاک ماسه ای اشباع و غیراشباع صرف نظر شده است.

مثال: اگر بار گسترده‌ای معادل 50 kPa در سطح زمین وارد شود، نشست تحکیمی لایه رسی با مشخصات LL=50 و $e_0=0.9$ چقدر خواهد بود؟ اگر لایه رسی O.C. بوده و فشار پیش‌تحکیمی آن 127 kPa باشد، نشست تحکیمی چقدر کاهش می‌یابد؟ $C_r = \frac{C_c}{10}$ در نظر گرفته شود.



حل:

برای محاسبه نشست تحکیمی داشتن C_c لازم است. در نبود آزمایش تحکیم از روابط تجربی استفاده می‌شود.

$$C_c = 0.009(LL - 10) = 0.009(50 - 10) = 0.36$$

$$\sigma'_{v_0} = (2.44 \times 17.64) + (4.56 \times (18.44 - 9.81)) + \frac{5.18}{2} \times (19.24 - 9.81) = 106.8 \text{ KN/m}^2$$

$$S = C_c \frac{H}{1+e_0} \text{Log} \frac{\sigma'_{v_0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v_0}} = 0.36 \times \frac{5.18}{1+0.9} \times \text{Log} \frac{106.8+50}{106.8} = 0.1607 \text{ m} = 160.7 \text{ mm}$$

اگر لایه رسی پیش تحکیم یافته باشد:

$$\sigma'_p = 127 \text{ KN/m}^2 > \sigma'_{v_0} = 106.8 \text{ KN/m}^2$$

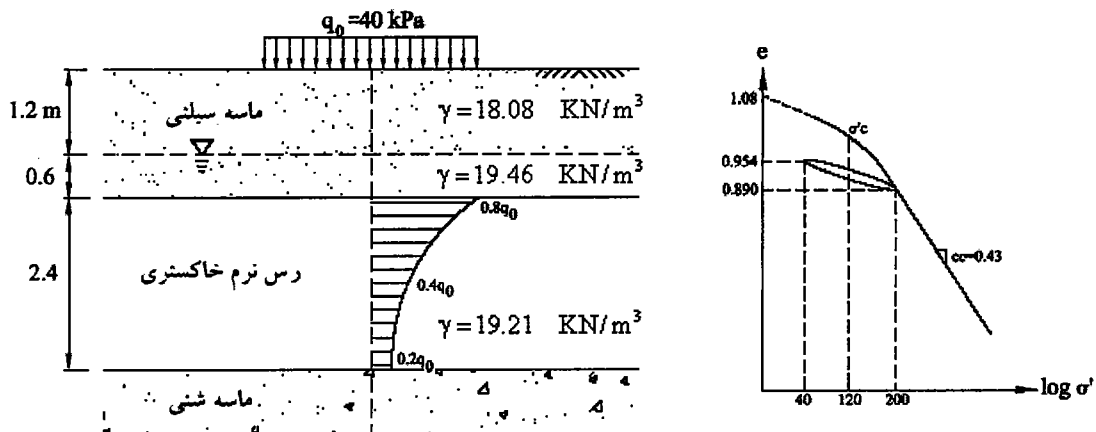
$$\sigma'_{v_0} + \Delta\sigma_v = 106.8 + 50 = 156.8 \text{ KN/m}^2$$

$$C_r = \frac{C_c}{10} = \frac{0.36}{10} = 0.036$$

$$S = \left(C_r \frac{H}{1+e_0} \cdot \text{Log} \frac{\sigma_p}{\sigma'_{v_0}} \right) + \left(C_c \frac{H}{1+e_0} \cdot \text{Log} \frac{\sigma'_{v_0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v_0}} \right) = \left(0.036 \times \frac{5.18}{1+0.9} \times \text{Log} \frac{127}{106.8} \right) + \left(0.36 \times \frac{5.18}{1+0.9} \cdot \text{Log} \frac{156.8}{106.8} \right) = 0.0972 \text{ m} = 97.2 \text{ mm}$$

اگر ضخامت لایه رسی زیاد باشد، بهتر است آن را به چند لایه با ضخامت حدود ۲ متر تقسیم‌بندی کرد و با محاسبه تنش در وسط هر یک از این لایه‌ها، نشست تحکیمی آنها را جداگانه محاسبه نمود و در انتها این نشست‌ها را با هم جمع کرد.

مثال: منحنی $e - \text{Log } \sigma$ از آزمایش تحکیم بر روی نمونه‌ای که از عمق ۱/۵ متری یک لایه رس اشباع برداشته شده، مطابق شکل زیر است. آیا رس پیش تحکیم یافته است؟ اگر تغییرات فشار ناشی از بارگذاری در سطح زمین در عمق لایه رسی مطابق شکل باشد، نشست تحکیمی چقدر خواهد بود؟



حل:

$$\sigma'_v = (1.2 \times 18.08) + 0.6(19.46 - 9.81) + 1.5(19.21 - 9.81) = 41.6 \text{ KPa}$$

تنش موجود در عمق ۱/۵ متری لایه رسی، کمتر از فشار پیش تحکیمی $\sigma'_c = 120 \text{ KPa}$ میباشد، که از آزمایش تحکیم بر روی نمونه خاک به دست آمده است. بنابراین خاک در طول عمر خود تحت تنشی بیشتر از آنچه که در حال حاضر موجود است قرار داشته، بنابراین خاک O.C. میباشد.

$$\text{O.C.R.} = \frac{120}{41.6} = 2.9$$

اضافه تنش ناشی از سربار در لایه رسی متغییر است. با روش انتگرال‌گیری ذوزنقه می‌توان $\Delta\sigma_v$ متوسط در لایه رس را به دست آورد.

$$2.4 \times \Delta\sigma_v = \left(\frac{0.8q_0 + 0.4q_0}{2} \times 1.2 \text{m} \right) + \left(\frac{0.4q_0 + 0.2q_0}{2} \times 1.2 \text{m} \right)$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{1.08q_0}{2.4} = 18 \text{ KPa}$$

باید کنترل گردد که با این اضافه تنش آیا خاک همچنان O.C. است یا آنکه وارد منطقه N.C. می‌شود. چون در آن صورت باید از هر دو شیب C_c و C_r برای محاسبه نشست تحکیمی استفاده شود.

$$\frac{\Delta\sigma'_v}{18} + \frac{\sigma'_v}{41.6} = 59.6 < 120 \text{ KPa}$$

بنابراین نشست تحکیمی باید فقط با استفاده از C_r محاسبه شود.

$$C_r = \frac{0.954 - 0.890}{\text{Log} \frac{200}{40}} \approx 0.0915$$

شیب از روی نمودار آزمایش تحکیم

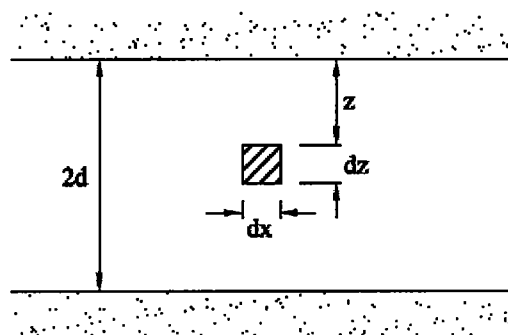
$$\therefore S = C_r \frac{H}{1 + e_0} \cdot \text{Log} \frac{\sigma'_{v_0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v_0}}$$

$$\longrightarrow S = 0.0915 \times \frac{2.4 \times 10^3}{1 + 1.08} \text{Log} \left(\frac{41.6 + 18}{41.6} \right) = 17 \text{ mm}$$

نرخ زمانی تحکیم (Rate of Consolidation):

از آنجا که نرخ نشست مستقیماً با نرخ کاهش فشار آب منفذی در ارتباط است، بنابراین برای دانستن روند تحکیم در لایه‌ی رسی در طول زمان باید معادله‌ی ای به دست آوریم که مقدار فشار آب منفذی، u را در هر نقطه‌ی دلخواه در داخل لایه و در هر زمان دلخواه نشان دهد. (Terzaghi(1943)، Taylor(1948) و Biot(1956) افرادی بودند که این مسأله را مورد بررسی قرار دادند.

معادله تحکیم یک بعدی Terzaghi :



لایه رسی اشباعی را بین دو لایه‌ی خاک درشت دانه (زهکش) در نظر بگیرید. در این صورت آب در اثر فشار به راحتی می‌تواند از دو طرف لایه‌ی رس خارج شود. اگر d دورترین فاصله زهکشی در لایه خاک باشد، چون خاک از دو طرف می‌تواند زهکشی شود، بنابراین ضخامت لایه‌ی رس $2d$ است. در این لایه، المانی با ابعاد dx ، dy و dz در نظر می‌گیریم که این المان تحت تنش کلی $\Delta\sigma$ قرار دارد. اکنون قصد داریم تا معادله‌ی پیوستگی جریان را برای این المان خاک بنویسیم.

Terzaghi برای به دست آوردن این روابط فرضیات ساده کننده‌ای را به صورت زیر انجام داده است. این فرضیات عبارتند از:

- ۱- خاک رس همگن و 100٪ اشباع است.
- ۲- زهکشی از بالا و پائین لایه‌ی رسی، هر دو امکان پذیر است.
- ۳- در تمامی گرادیان‌های هیدرولیکی، قانون داریسی صادق است. (در واقع در گرادیان‌های خیلی کم و یا خیلی زیاد نمی‌توان از قانون داریسی استفاده کرد)
- ۴- هم آب و هم دانه‌های جامد خاک کاملاً تراکم ناپذیر هستند و در اثر تنش تغییرشکلی در آن‌ها رخ نمی‌دهد.
- ۵- فشردگی خاک و جریان آب در داخل آن یک بعدی و به صورت قائم است. (بعدها Biot این تئوری را برای حالت سه بعدی تعمیم داد.)
- ۶- با اعمال بار روی خاک، کرنش‌های ایجاد شده در خاک کوچک بوده و ضریب K (نفوذپذیری) ثابت می‌ماند.

$$7- \text{رابطه‌ی یکتایی بین } \Delta e \text{ و } \Delta\sigma' \text{ وجود دارد: } de = -a_v \cdot d\sigma'$$

۸- ضرایب m_v و a_v در تمام طول روند تحکیم ثابت باقی می‌ماند.

در این میان تنها فرضی که پذیرفتن آن دشوار است، ثابت بودن m_v و a_v و به تبع آن ثابت بودن ضریب K است. بقیه فرضیات برای ساده سازی است و می توان آن ها را پذیرفت. حال با توجه به این فرضیات می توان نوشت:

$$V_z = K.i_z = -K \frac{\partial h}{\partial z}$$

از آنجا که هر تغییری در هد کل - به علت ثابت بودن موقعیت آن نقطه - منحصراً ناشی از تغییر در فشار آب منفذی است، لذا می توان نوشت:

$$V_z = -K \frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{K}{\gamma_w} \frac{\partial u_e}{\partial z}$$

منظور از u_e ، اضافه فشار آب منفذی به وجود آمده است.

در فصل های گذشته معادله پیوستگی را به صورت زیر به دست آوردیم:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

در صورتی که حجم المان تغییر نماید روابط پیوستگی فوق به صورت زیر تغییر می یابد:

$$\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) dx dy dz = \frac{dV}{dt}$$

∇ : حجم المان خاک و t زمان است.

بنابر فرضی که Terzaghi انجام داد و جریان را یک بعدی در نظر گرفت، می توان گفت: $V_x = 0$. پس با جایگذاری به جای V_z در رابطه پیوستگی داریم:

$$\rightarrow -\frac{K}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} dx dy dz = \frac{dV}{dt}$$

از طرف دیگر نرخ تغییر حجم المان را با استفاده از تعریف m_v می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\varepsilon_v (dx dy dz)}{dt} \\ &= m_v \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial t} (dx dy dz) \end{aligned}$$

ε_v : کرنش حجمی.

در طول تحکیم افزایش تنش کل ابتدا به آب منفذی منتقل شده و سپس تدریجاً از آب منفذی به اسکلت خاک منتقل می شود. در اینجا چون σ_{total} ثابت است بنابراین می توان $\partial \sigma'$ را با $-\partial u_e$ جایگزین کرد.

$$\frac{dV}{dt} = -m_v \cdot \frac{\partial u_e}{\partial t} (dx \cdot dy \cdot dz)$$

از مساوی قرار دادن رابطه ی فوق و رابطه ای که با استفاده از رابطه ی پیوستگی به دست آورده بودیم، خواهیم داشت...

$$\rightarrow -\frac{K}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} (dx \cdot dy \cdot dz) = -m_v \frac{\partial u_e}{\partial t} (dx \cdot dy \cdot dz)$$

$$\rightarrow m_v \cdot \frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{K}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{K}{m_v \cdot \gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

ضریبی است که به ویژگی‌های فیزیکی آب و خاک مربوط می‌شود. با فرض‌های Terzaghi این ضریب ثابت است که آن را با C_v نشان می‌دهیم و به آن ضریب تحکیم (coefficient of consolidation) می‌گوئیم. در اینصورت خواهیم داشت:

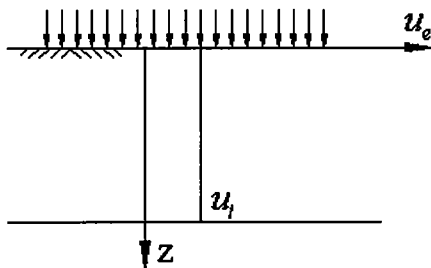
$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

به این معادله، معادله‌ی تحکیم یک بعدی "Terzaghi" گفته می‌شود. مجهول در این معادله فشار آب منفذی اضافی است: $u_e = f(t, z)$

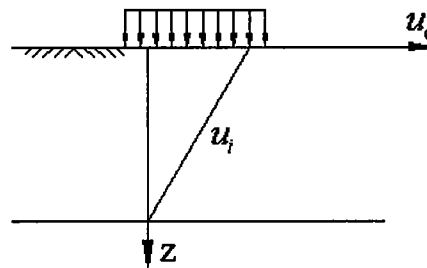
فشار آب منفذی اضافی در هر عمق دلخواه و در هر زمان دلخواه از معادله تحکیم به دست می‌آید. برای حل کامل این معادله نیازمند دانستن شرایط مرزی (دو شرط مکانی و یک شرط زمانی) هستیم. این شرایط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} Z=0 &\rightarrow u_e=0 \quad \text{for } t>0 \\ Z=2d &\rightarrow u_e=0 \quad \text{for } t>0 \\ t=0 &\rightarrow u_e=u_i \quad \text{for } 0 \leq Z \leq 2d \end{aligned}$$

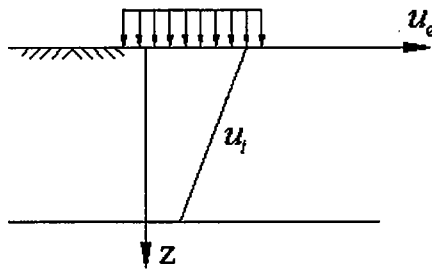
که u_i مقداری معلوم است و نحوه توزیع فشار آب منفذی در لایه خاک اشباع را در زمان $t=0$ نشان می‌دهد برای u_i چندین حالت زیر را می‌توان مثال زد:



وقتی بار گسترده باشد

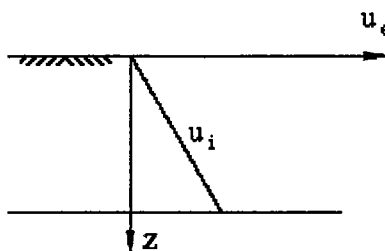


بار به وسیله پی (با عرض محدود) وارد می‌شود



بار به وسیله پی وارد شده و ضخامت لایه رسی زیاد باشد

در یک لایه‌ی خاکریز رسی اشباع که سریعاً ساخته شده باشد، تحت اثر وزن خودش فشار آب منفذی به صورت هیدرواستاتیک توزیع می‌شود.



حالت‌های بالا، حالت‌هایی است که ممکن است در طبیعت اتفاق بیفتد که بر اساس آنها تابع u_i بر حسب Z تعیین می‌شود.

اکنون با داشتن این شرایط مرزی می‌توان معادله‌ی دیفرانسیل را حل کرد جواب این معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی عبارت است از:

$$u_e = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{d} \int_0^d u_i \sin \frac{n\pi z}{2d} dz \right) \left(\sin \frac{n\pi z}{2d} \right) e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 C_v t}{4d^2} \right)}$$

در این رابطه...

d : طولانی‌ترین فاصله‌ی زهکشی برای خارج شدن یک قطره‌ی آب از لایه خاک

u_i : فشار آب منفذی اولیه که برحسب مثال‌های گفته شده تعیین می‌شود.

در عمل این سری را تا جملات حدود 50 با هم جمع می‌کنیم و نیازی نیست این کار را تا بینهایت ادامه دهیم. به این ترتیب فشار آب منفذی اضافی به صورت تابعی از زمان و عمق به دست می‌آید:

$$u_e = f(z, t)$$

برای حالت خاصی که u_i در تمام ضخامت لایه ثابت باشد می‌توان u_i را از انتگرال خارج کرد. در این صورت رابطه به صورت زیر در می‌آید:

$$u_e = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2u_i}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \left(\sin \frac{n\pi z}{2d} \right) e^{-\frac{n^2 \pi^2 C_v t}{4d^2}}$$

مشخص است که جملات بالا برای n های زوج برابر صفر است. به این ترتیب می‌توان $n=2m+1$ در نظر گرفت و پارامترهای زیر را تعریف کرد:

$$M = \frac{\pi}{2} (2m+1)$$

$$T_v = \frac{C_v t}{d^2}$$

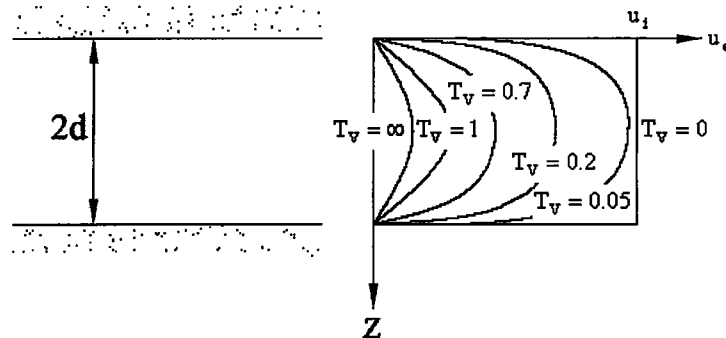
(T_v یک پارامتر بی بعد است که به آن فاکتور زمان می‌گویند)

با توجه به پارامترهای تعریف شده معادله‌ی u_e را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u_e = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2u_i}{M} \left(\sin \frac{Mz}{d} \right) e^{-M^2 T_v}$$

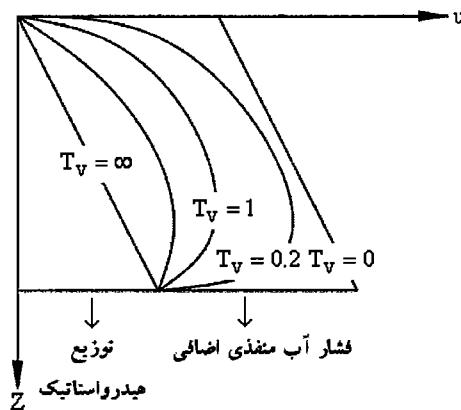
اگر برای زمان خاصی این رابطه را به صورت عددی حساب کنیم u_e تنها تابعی از عمق خواهد بود.

اگر تغییرات u_e برحسب Z برای زمان‌های مشخص (T_V های مشخص) رسم شود یک دسته منحنی به دست می‌آید که هر یک از آن منحنیها تغییرات فشار آب منفذی اضافی (u_e) در ضخامت لایه‌ی در حال تحکیم را در زمان خاصی نشان میدهد.

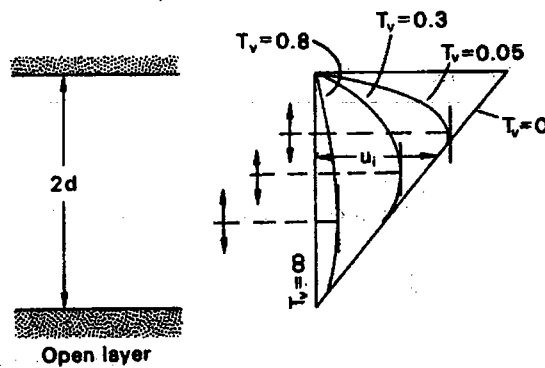


دقت کنید که هر یک از این منحنی‌ها، منحنی تغییرات فشار آب منفذی اضافی است. یعنی صفر شدن u_e در $T_V = \infty$ به این معنی نیست که فشار آب منفذی صفر شده است، بلکه به این معنی است که دیگر فشار آب منفذی اضافی در خاک وجود ندارد.

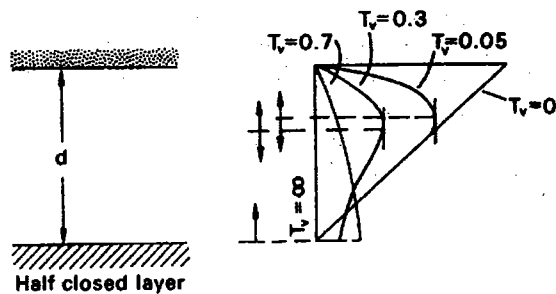
اگر بخواهیم نمودار تغییرات کل فشار آب منفذی را در عمق خاک رسم کنیم، شکلی شبیه نمودار زیر خواهد داشت:



اگر نحوه توزیع فشار آب منفذی اضافی اولیه در زمان $t = 0$ ثابت نباشد و به صورت خطی تغییر کند، در این صورت، دسته منحنی‌های به دست آمده را می‌توان به صورت زیر رسم کرد:

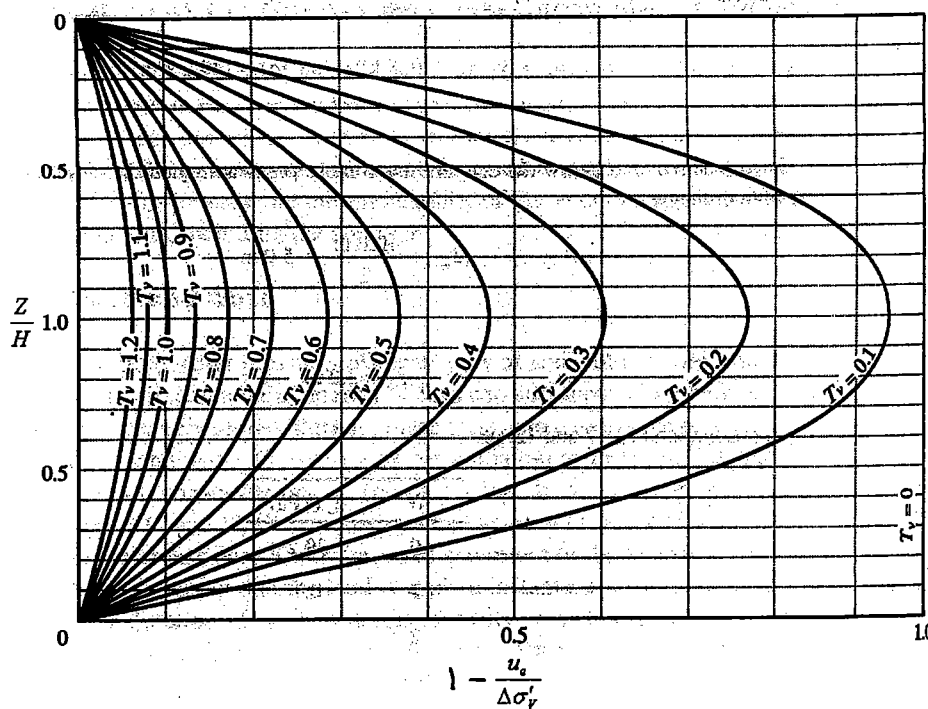


اگر لایه‌ی خاک رس از پائین نتواند تحکیم شود و فقط از بالا تحکیم گردد، برای حالتی که فشار آب منفذی اضافی به صورت خطی تغییر کند خواهیم داشت:



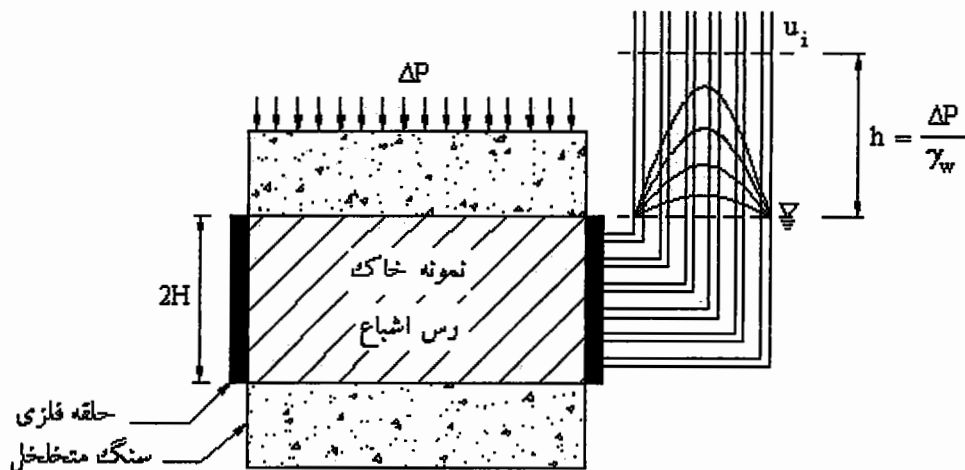
به این منحنی‌ها که در یک زمان مشخص مقدار فشار منفذی اضافی در عمق لایه را نشان می‌دهند منحنی‌های هم‌زمان (isochrone) گفته می‌شود.

Taylor منحنی‌های تحکیم را بر روی محورهای بی بعد شده به صورت زیر رسم کرد:



حال فرض کنید در آزمایش تحکیم می‌توانستیم در کناره‌ی حلقه‌ی برنجی پیزومترهایی را قرار دهیم تا فشار آب منفذی در عمق مشخص را به ما نشان دهند. قبل از اعمال بارگذاری سطح آب در لوله‌های پیزومتر هم تراز سطح آب در نمونه‌ی اشباع است. در لحظه‌ی اول بارگذاری همه‌ی فشار وارد شده توسط آب تحمل می‌شود، لذا سطح آب در پیزومترها به اندازه‌ی h بالا می‌رود. (این در واقع همان u است).

*



با گذشت زمان رفته رفته آب اضافی از نمونه خارج شده و فشار به اسکلت خاک منتقل می‌شود (خروج آب از بالا و پایین نمونه سریعتر از وسط نمونه رخ می‌دهد). به همین علت سطح آب کم کم در لوله‌ها پائین می‌آید. شکلی که سطح آب در لوله‌های پیزومتر در زمان‌های مختلف درست می‌کند در واقع همان شکل *isochrone*ها است. حال می‌توان براساس آنچه گفته شد تعریف زیر را عنوان کرد:

اگر بعد از گذشت زمان مشخص t ، فشار آب منفذی در نقطه‌ای به عمق دلخواه Z برابر u_e باشد، درجه‌ی تحکیم در عمق Z به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U_z = 1 - \frac{u_e}{u_i}$$

هر چه u_e کمتر شود درجه‌ی تحکیم بیشتر می‌شود تا جایی که فشار آب منفذی به حالت اولیه می‌رسد ($u_e=0$) و در اینصورت درجه‌ی تحکیم به 100% می‌رسد.

اما در کارهای عملی درجه‌ی تحکیم "یک نقطه" برای ما مهم نیست، بلکه درجه‌ی تحکیم کل ضخامت لایه‌ی خاک برای ما مهم است. در این صورت می‌توان درجه‌ی تحکیم متوسط در کل لایه را با تقسیم سطح بالای هر منحنی به کل سطح $(2H \cdot h)$ تعریف کرد. در این صورت براساس تعریف می‌توان نوشت:

$$U = 1 - \frac{\int_0^{2H} u_z \cdot dz}{\int_0^{2H} u_i \cdot dz} = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2.0}{M^2} e^{-M^2 T_v}$$

(درجه‌ی تحکیم متوسط در تمام ضخامت خاک)

از این رابطه می‌توان U را برحسب T_v به دست آورد. و چون T_v بدون بعد است می‌توان این محاسبات را یک بار انجام داد و نتایج آن را در جدولی ثبت کرد. لازم به ذکر است به لحاظ ریاضی صددرصد تحکیم ($U = 100\%$) در زمان ∞ اتفاق می‌افتد لذا عملاً $U = 95\%$ در محاسبات به عنوان تحکیم کامل در نظر گرفته می‌شود.

T_v	U%
0.008	10
0.031	20
0.071	30
0.126	40
0.197	50
0.287	60
0.403	70
0.567	80
0.748	90
1.129	95

لازم به ذکر است اینکه مثلاً درجه‌ی تحکیم متوسط $U=20\%$ همواره در T_v مشخصی اتفاق می‌افتد، دلیل بر این نیست که مدت زمان تحکیم برای همه‌ی خاک‌ها یکسان است. باید دقت داشت که فاکتور زمان از پارامترهای مختلفی تشکیل شده است که برای خاک‌های متفاوت این پارامترها لزوماً یکسان نیست:

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{H^2} = \frac{K \cdot t}{m_v \cdot \gamma_w \cdot H^2}$$

بنابراین در یک T_v یکسان حسب اینکه ضخامت H در لایه خاک چقدر باشد و ضرایب K و m_v خاک چقدر باشد زمان واقعی t محاسبه می‌شود.

هدف از بحث نرخ زمانی تحکیم بررسی تغییرات مقدار نشست تحکیمی بر حسب زمان است. برای به دست آوردن نقاط لازم جهت ترسیم منحنی تغییرات نشست تحکیمی بر حسب زمان (نرخ زمانی نشست) به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$1- \text{نشست تحکیمی کل در لایه خاک را حساب می‌کنیم} \quad S_c = C_c \frac{H}{1+e_0} \text{Log} \frac{\sigma'_v + \Delta\sigma_v}{\sigma'_v}$$

۲- به وسیله‌ی آزمایش بر روی نمونه‌ی خاک ضریب C_v را به دست می‌آوریم.

۳- یک زمان دلخواه t را فرض می‌کنیم.

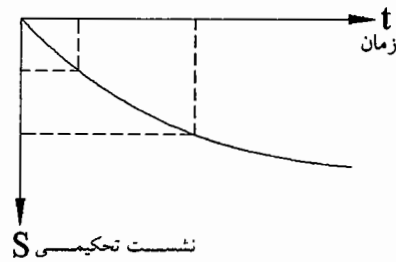
$$4- \text{با استفاده از رابطه‌ی } T_v = \frac{C_v \cdot t}{H^2} \text{ مقدار } T_v \text{ را به دست می‌آوریم.}$$

۵- درجه‌ی تحکیم متوسط U را از جدول بالا تعیین می‌کنیم.

۶- نشست تحکیمی در زمان t از رابطه‌ی $S=U \times S_c$ به دست می‌آید. به این صورت یک نقطه با مختصات t و S تعیین می‌شود. این نقطه را در مختصات نشست- زمان مطابق شکل زیر مشخص می‌کنیم.

۷- با t دیگری مراحل بالا را تکرار می‌کنیم تا S نظیر آن به دست آید.

۸- مرحله‌ی انتخاب t و محاسبه‌ی S نظیر آن را تکرار کرده و نقاط به دست آمده را در یک منحنی نیمه لگاریتمی رسم می‌کنیم (معمولاً زمان را روی محور لگاریتمی نشان می‌دهند). بدین ترتیب یک منحنی که تغییرات نشست تحکیمی خاک بر حسب زمان را نشان می‌دهد حاصل می‌شود.



تعیین ضریب تحکیم (C_v):

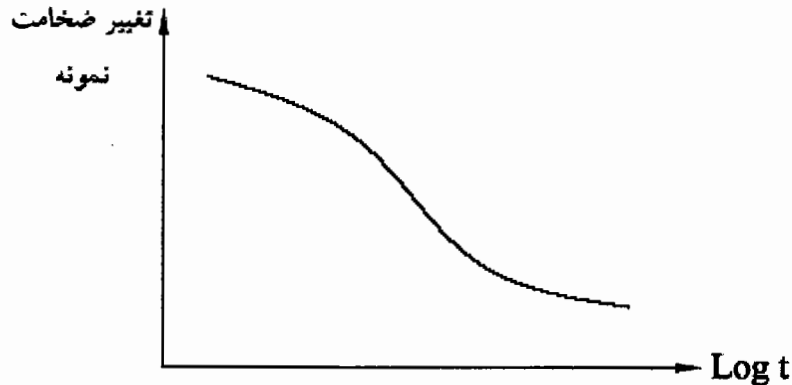
در آزمایش تحکیم تحت اثر هر مرحله از بارگذاری، براساس ویژگیهای خاک و زمانی که طول می کشد تا تحکیم صورت گیرد، می توان C_v را تعیین کرد.

گفتیم که در آزمایش تحکیم با قراردادن کرنش سنج می توان کاهش ضخامت نمونه را به دست آورد و چون سطح مقطع ثابت است مقدار کاهش ضخامت معرف کاهش حجم است.

اگر بخواهیم تحت اثر بارگذاری مشخص، نمودار کاهش ضخامت برحسب زمان را رسم کنیم باید روی محور افقی از لگاریتم زمان (روش Casagrande) یا جذر زمان (روش Taylor) استفاده کنیم، چون دامنه ی تغییرات زمان، از عددهای خیلی کوچک تا عددهای خیلی بزرگ است.

ابتدا حالتی را که محور افقی "لگاریتم" زمان است، مورد بررسی قرار می دهیم.

(دقت کنید که این منحنی مربوط به "یک نقطه" از منحنی تحکیم ($e - \text{Log} \sigma'_v$) می باشد.)



زمانی که این منحنی با افق مجانب می شود نشانه آن است که خاک تحت اثر بار وارده تحکیم خود را انجام داده و

برای بارگذاری مجدد آماده است. برای به دست آوردن ضریب تحکیم می توان از رابطه ی $T_v = \frac{C_v t}{H^2}$ استفاده

کرد و با استفاده از T_v نظیر 50% تحکیم، می توان C_v را به دست آورد.

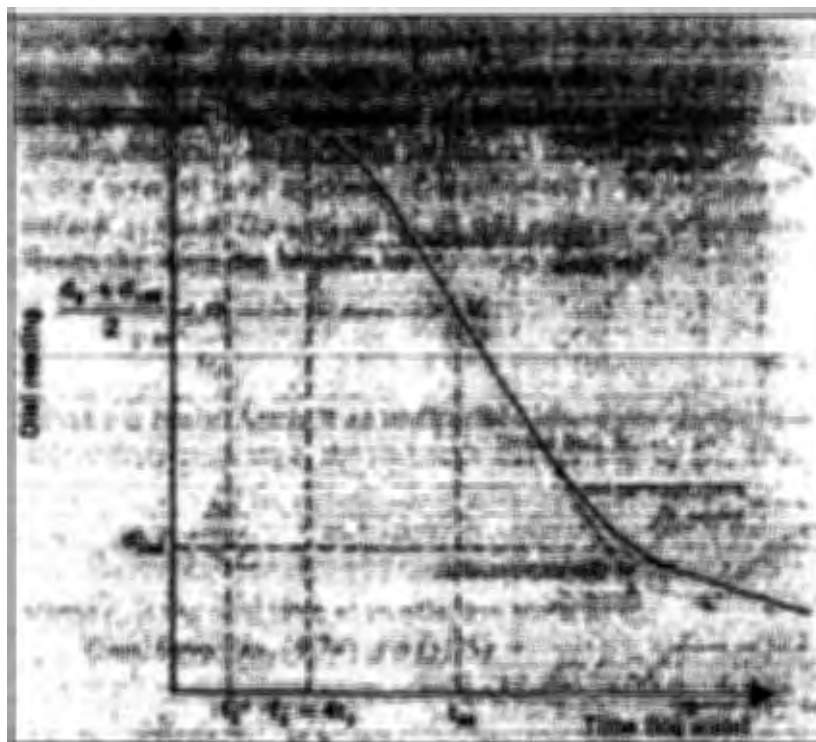
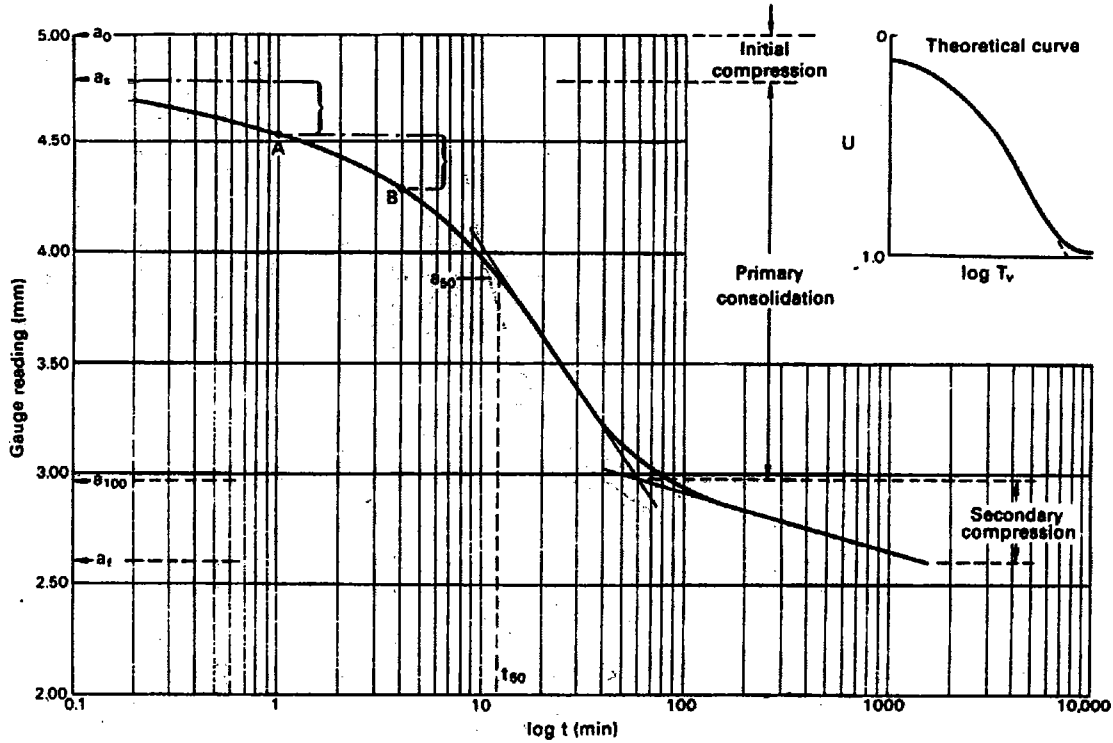
برای پیدا کردن نقطه ی نظیر 50% تحکیم باید نقاط نظیر 0% تحکیم و 100% تحکیم را به دست آوریم. روش کار به این صورت است که نقطه ی تلاقی مماس بر شاخه ی دوم منحنی و شاخه ی سوم منحنی را می توان نقطه نظیر تحکیم 100% در نظر گرفت (شکل زیر). برای پیدا کردن نقطه ی نظیر صفر درصد تحکیم نیز، زمان دلخواهی را روی منحنی انتخاب می کنیم (t₁)، نقطه ی نظیر t₁ را نیز روی نمودار مشخص می کنیم. فرض کنیم تغییر عرض این دو نقطه x باشد اگر به فاصله x از نقطه ی اول بالا برویم به نقطه ای خواهیم رسید که می توان آن را معادل

صفر درصد تحکیم فرض کرد. (لازم به ذکر است چون محور افقی لگاریتمی است و فاقد نقطه صفر می باشد ناگزیر از تکنیک ترسیمی فوق استفاده می شود)

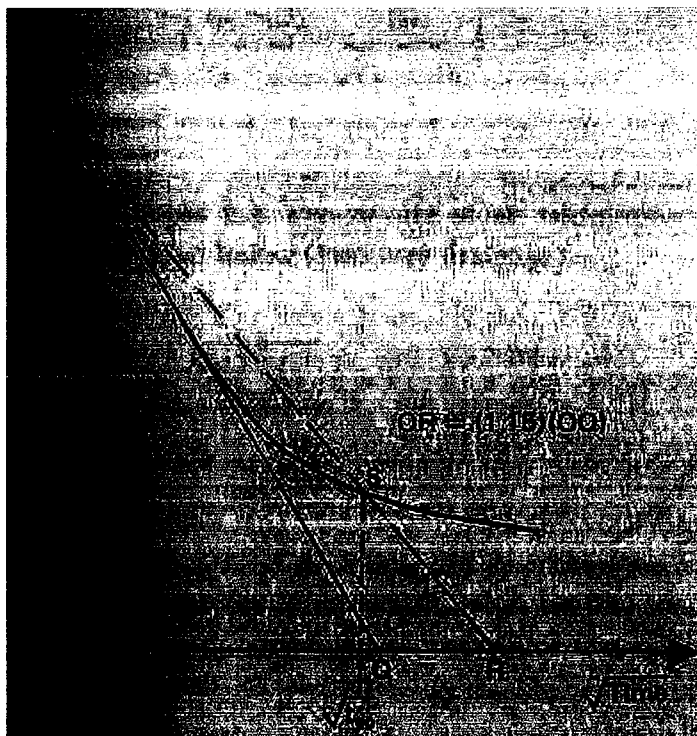
اکنون با داشتن این دو نقطه می توان نقطه‌ی نظیر 50% تحکیم را به دست آورد (وسط این دو نقطه)

با پیدا کردن این نقطه، از روی منحنی زمان مربوط به آن یعنی t را قرائت می کنیم. با توجه به اینکه در تحکیم 50%

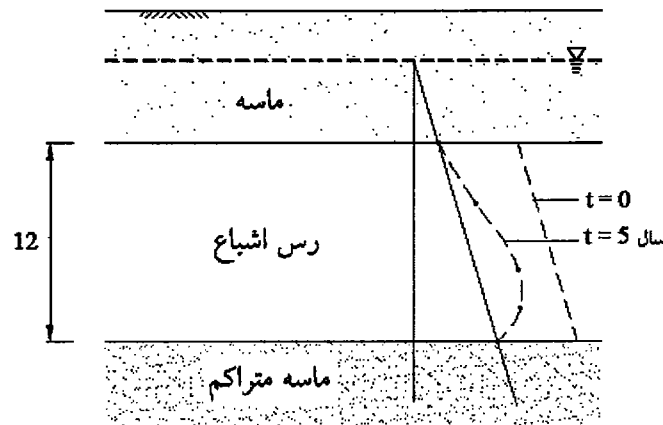
مقدار $T_v=0.197$ است و با داشتن H می توان مقدار C_v را از رابطه‌ی $C_v = \frac{T_v \cdot H^2}{t}$ به دست آورد.



در تعیین C_v به روش جذر زمان (Taylor) نیز از رابطه $C_v = \frac{T_v \cdot H^2}{t}$ و زمان t نظیر 90% تحکیم استفاده می شود. روش تعیین t نظیر 90% تحکیم بدین صورت است که کاهش ضخامت نمونه در زیر یک بار مشخص را در زمانهای خاصی اندازه گیری کرده و آن را در نموداری که محور افقی آن \sqrt{t} می باشد رسم می نماییم. قسمت ابتدائی این منحنی تقریباً خطی است. اگر مماس بر قسمت اولیه منحنی را امتداد دهیم تا محور افقی را در نقطه ای مانند Q قطع نماید، آنگاه نقطه R را روی محور افقی طوری انتخاب کرده تا $OR=1.15(OQ)$ باشد. سپس نقطه R را به نقطه P وصل می نماییم تا منحنی تحکیم را در نقطه S قطع نماید. نقطه P روی محور قائم نظیر $U=0\%$ و تصویر نقطه S روی محور قائم نظیر $U=90\%$ می باشد. حال با قرائت زمان t نظیر نقطه S از روی محور افقی و با توجه به اینکه در تحکیم 90% مقدار $T_v=0.848$ می باشد، می توان با در دست داشتن ضخامت نمونه $(2H)$ ، از رابطه $C_v = \frac{T_v \cdot H^2}{t}$ مقدار ضریب تحکیم خاک را محاسبه نمود.



مثال ۱: یک لایه ی رس به ضخامت 12m از جنس Chicago-clay از بالا و پائین قابلیت زهکش شدن دارد. اگر ضریب تحکیم $C_v = 8 \times 10^{-8} \frac{m^2}{sec}$ باشد، درصد تحکیم (U_z) را پس از 5 سال در اعماق 3، 6، 9 و 12 متری این لایه تعیین کنید.



حل:

چون درصد تحکیم در ۵ سال مطلوب است می توان نوشت:

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{H^2} = \frac{(8 \times 10^{-8})(5 \times 3.153 \times 10^7)}{(6.0)^2} = 0.35$$

چون لایه رس از دو طرف زهکش می شود پس $H=6\text{ m}$ است. اکنون با داشتن مقدار T_v می توان مطلوبات مسأله را با میان یابی برای $T_v=0.35$ از منحنی Taylor قرائت کرد. این منحنی ها فشار آب منفذی باقیمانده در هر عمق را نشان می دهند که با محاسبه آنها درصد تحکیم در آن عمق را می توان به دست آورد:

$$\begin{aligned} @ Z = 3\text{m} & \rightarrow \frac{Z}{H} = 0.5 \xrightarrow{\text{isochrone}} U_z = 61\% \\ @ Z = 6\text{m} & \rightarrow \frac{Z}{H} = 1.0 \xrightarrow{\text{isochrone}} U_z = 46\% \\ @ Z = 9\text{m} & \rightarrow \frac{Z}{H} = 1.5 \xrightarrow{\text{isochrone}} U_z = 61\% \\ @ Z = 12\text{m} & \rightarrow \frac{Z}{H} = 2.0 \xrightarrow{\text{isochrone}} U_z = 100\% \end{aligned}$$

مثال ۲: اگر در مثال قبل تنش قائم به طور متوسط 100Kpa در لایه ی رسی افزایش پیدا کند، مقدار اضافه فشار منفذی باقیمانده در لایه ی رسی را در همان اعماق مشخص شده پس از گذشت ۵ سال از اعمال بارگذاری تعیین نمایید.

حل:

بر اساس تعریف درصد تحکیم می توان نوشت:

$$U_z = \frac{e_1 - e}{e_1 - e_2} = 1 - \frac{u_e}{u_i}$$

$$\rightarrow u_e = u_i(1 - U_z)$$

بر مبنای این رابطه اکنون می توان فشار آب منفذی اضافه در هر نقطه را به دست آورد:

$$\begin{aligned} @ Z = 3\text{m} & \rightarrow U_z = 61\% \rightarrow u_e = 39\text{Kpa} \\ @ Z = 6\text{m} & \rightarrow U_z = 46\% \rightarrow u_e = 54\text{Kpa} \end{aligned}$$

$$@Z = 9m \rightarrow U_z = 61\% \rightarrow u_e = 39Kpa$$

$$@Z = 12m \rightarrow U_z = 100\% \rightarrow u_e = 0Kpa$$

مثال ۳: در یک آزمایش تحکیم، یک نمونه خاک رس به ضخامت 20mm در مدت 12 دقیقه به 50% تحکیم خود رسیده است. لایه‌ی خاک رسی که این نمونه از آن برداشته شده دارای ضخامت 11m میباشد. این لایه در پائین به بستر غیرقابل نفوذ و در بالا به یک لایه خاک درشت دانه یا نفوذپذیر متصل است. چه مدت طول می‌کشد تا لایه‌ی رس اصلی در محل به 50% تحکیم خود برسد؟

حل:

چون خاک مورد آزمایش با خاک محل یکسان است بنابراین C_v برای نمونه‌ی موجود در آزمایشگاه و لایه‌ی خاک در محل یکسان است.

بنابراین می‌توان نوشت...

$$\text{برای نمونه‌ی آزمایشگاهی: } T_v = \frac{C_v \cdot t_1}{H_1^2}$$

$$\text{برای خاک در محل: } T_v = \frac{C_v \cdot t_2}{H_2^2}$$

از مساوی قرار دادن این دو رابطه می‌توان نتیجه گرفت:

$$\rightarrow \frac{t_1}{H_1^2} = \frac{t_2}{H_2^2}$$

با جایگذاری خواهیم داشت...

$$\rightarrow \frac{12(60)}{(20/2)^2} = \frac{t_2}{((11.0)(1000))^2}$$

$$\rightarrow t_2 = 79200 \text{Sec}$$

معمولاً تحکیم را بر مبنای شاخص 50% یا 90% بررسی می‌کنند. علت اینکه تحکیم 100% را در نظر نمی‌گیرند این است که از نظر ریاضی این تحکیم در زمان بی‌نهایت اتفاق می‌افتد.

نکته: وقتی معادله‌ی $\frac{\partial u_e}{\partial t} = C_v \cdot \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$ را به دست می‌آوریم دیدیم که پارامتر C_v خود متشکل از چند عامل دیگر بود:

$$C_v = \frac{K}{m_v \cdot \gamma_w}$$

اگر C_v خاک را داشته باشیم، با استفاده از رابطه‌ی $K = C_v \cdot m_v \cdot \gamma_w$ می‌توان ضریب نفوذپذیری خاک را به دست آورد. این روش یک راه غیرمستقیم برای به دست آوردن ضریب نفوذپذیری است.

مثال ۴: در یک آزمایش تحکیم ضخامت نمونه‌ی خاک رس 1in (25.4mm) میباشد. در صورتیکه زمان نظیر درجه‌ی تحکیم 50% برای این خاک در آزمایشگاه 270S به دست آمده باشد، ضریب تحکیم و ضریب نفوذپذیری این خاک چقدر است. اعداد زیر در آزمایشگاه به دست آمده است:

$$e_0 = 0.945 \text{ و } P_0 = 166 \text{ Kpa}$$

$$e_1 = 0.812 \text{ و } P_1 = 333 \text{ Kpa}$$

حل:

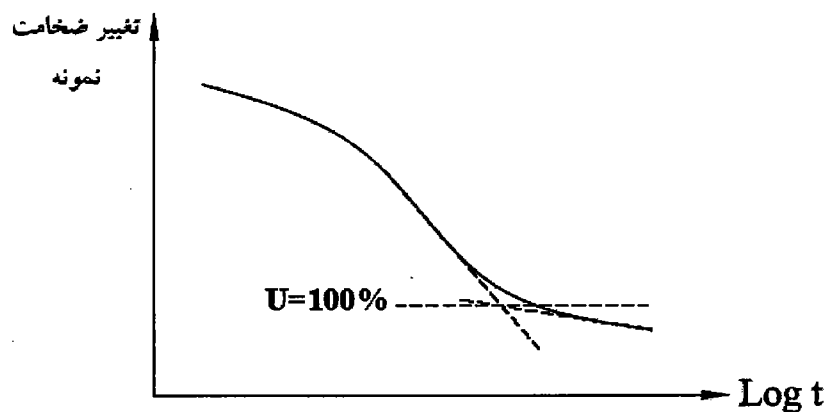
$$C_v = \frac{T_v \cdot H^2}{t} = \frac{(0.197)(25.4/2)^2}{270} = 0.1177 \text{ mm}^2/\text{s} = 3.71 \text{ m}^2/\text{year}$$

$$a_v = \frac{e_0 - e_1}{P_1 - P_0} = \frac{0.945 - 0.812}{333 - 166} = 7.96 \times 10^{-5} \text{ 1/Kpa}$$

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} = \frac{7.96 \times 10^{-5}}{1 + 0.945} = 4.08 \times 10^{-5}$$

$$\rightarrow K = C_v \cdot m_v \cdot \gamma_w = (0.1177 \times 10^{-6})(4.08 \times 10^{-5})(9.81) = 4.7 \times 10^{-11} \text{ m/s}$$

تحکیم یا تراکم ثانویه (Secondary Compression):



چگونگی به دست آوردن نقطه‌ی نظیر درجه‌ی تحکیم 100% را قبلاً عنوان کردیم. کاهش ضخامت نمونه‌ی خاک بعد از زمانی که تحکیم، 100% خاتمه یافته به عنوان تحکیم یا تراکم ثانویه نامگذاری می‌شود. این نشست به علت تغییر شکل پلاستیک خاک که ناشی از لغزش کانیهای پولکی شکل رس بر روی یکدیگر است، رخ می‌دهد. (چون طبق تعریف، تحکیم را ناشی از کاهش فشار آب منفذی اضافی دانستیم و در $U=100\%$ فشار آب منفذی اضافی صفر است.)

آزمایشات نشان می‌دهد در خاکهای رسی معمولی تراکم ثانویه چندان قابل توجه نیست و در کارهای مهندسی می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. اما در خاکهای رسی خیلی نرم یا خاکهای رسی که درون آنها مواد آلی وجود دارد (خاک‌های نباتی یا Peat) مقدار تراکم ثانویه قابل توجه است.

برای محاسبه‌ی مقدار تراکم ثانویه می‌توان از شیب نمودار تحکیم در این قسمت استفاده کرد:

$$C_{\alpha} = \frac{\Delta e}{\log\left(\frac{t_2}{t_1}\right)}$$

برای اینکه حدودی برای C_{α} داشته باشیم می‌توان گفت:

$$\text{for organic silt} \rightarrow \frac{C_{\alpha}}{C_c} = 0.035 - 0.060$$

$$\text{for organic silty clay} \rightarrow \frac{C_{\alpha}}{C_c} = 0.040 - 0.065$$

مراجع برای مطالعه بیشتر:

- Das, B.M. (2002), "Principles of Geotechnical Engineering", Weber & Schmidt
- Bowles, J.E. (1979), "Physical and Geotechnical Properties of Soils", McGraw-Hill
- Holtz, R.D. and Kovacs, W.D. (1981), "An Introduction to Geotechnical Engineering", prentice Hall
- Terzaghi K., Peck R.B., Mesri, G.R. (1996), "Soil Mechanics in Engineering Practice", Third Edition, John wiley