جزوه درسی:

# فیزیک حرارت

مدرس: **آقای بهامین**

دانشگاه فنی و حرفه ای

استان کهگیلویه و بویر احمد

دماسنج و مقایس های دمایی :

| | | |
|---|---|---|
| ۲۷۵/۱۵ K | ۲۱۲ °f | ۱۰۰ °c دمای جوش آب |
| مطلقت | صدوهشتادقسمت | صدقسمت |
| ۲۷۳/۱۵ K | ۳۲ °f | ۰ °c نقطه ذوب یخ سلسیوس |
| ۰ °K صفر مطلق | -۴۵۹/۶۷ °f | -۲۷۳/۱۵ °c |

فرمول ها :

$T_f = \frac{9}{5} T_C + 32$

$T_C = \frac{5}{9}(T_f - 32)$ $\quad \frac{9}{5}$ یا $1/8$

$T_K = T_C + 273/15$

مثال ۱ : دمای ۲۰ °c را برحسب درجه فارنهایت و کلوین بنویسید.

حل $T_f = \frac{9}{5} \times 20 + 32 = 68\ ^\circ f$ و $T_K = 20 + 273/15 = 293/15\ K$

مثال ۲ : درچه دمای درجه ی فارنهایت و سلسیوس با هم برابرند و این دما در چه فصلی از سال است ؟

$T_f = T_C \quad T_f = 1/8\, T_C + 32 \Rightarrow C = 1/8 C + 32 \Rightarrow -1/8C + C = 32 \Rightarrow C(-1/8+1) = 32$

$\Leftrightarrow -8C = 32 \Rightarrow C = \frac{-32}{0/8} = -40^\circ$ در فصل زمستان

مثال ۳ : ۶۴ ° فارنهایت چند درجه سلسیوس و کلوین میباشد؟

$T_C = \frac{5}{9}(T_f - 32) \Rightarrow \frac{5}{9} \times 32 = 17/22^\circ c$

$T_K = T_C + 273/15 \Rightarrow K = 17/22 + 273/15 = 290/37\ ^\circ K$

هرگالن آمریکایی ۳/۷۸۵ لیتر . هرشبکه نفت ۱۵۹ لیتر می باشد

B.t.u : میزان گرمایی است که دمای یک پوند آب را در فشار یک اتمسفر از ۶۰ فارنهایت به ۶۱ فارنهایت برساند.

۱ کیلوگرم آب = ۲/۲۰۵ پوند

---

انبساط طولی : $\Delta t = t_2 - t_1$

$t_2$ = دمای ثانویه

$t_1$ = دمای اولیه

فرمول محاسبه تغییر طول $\delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$\delta L$ = تغییرات طول اولیه

$L_0$ = طول اولیه mm

$\alpha$ = ضریب انبساط طولی $K$ یا $\frac{1}{^\circ C}$

$\Delta t$ = تغییرات درجه برحسب درجه C یا K

$$L = L_0 + \delta L = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

طول ثانویه = تغییرات طول + طول اولیه

مثال: دهانه‌ی یک پل به طول ۱۴۱۰ متر است. تغییر طول دهانه پل را که از جنس فولاد است به ازای تغییر دما از ۳۰°C به ۲۵°C- چقدر است؟ $\alpha_{st} = 1,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$

$$\delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\delta L = 1410 \times 10^3 mm \times 1,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C} \times (-25 - 30)^\circ C$$

$$\delta L = -945,6 \ mm$$ کاهش طول

---

مثال: قطر یک سنگ در دمای ۲۰°C برابر ۱۹ mm است و ضریب انبساط طولی آن $2,6 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$. قطر آن در دمای ۵۷°C و دمای ۲۶°C- را حساب کنید.

$$d = d_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

$$d = 19 \left[ 1 + 2,6 \times 10^{-5} \times (57 - 20) \right]$$

$$d = 19,02 \ mm$$

---

مثال: مخاطی سواخی به قطر ۱۶ mm را در قطعه‌ای از برنج به دمای ۲۵°C ایجاد می‌کنند. اگر دمای برنج به ۱۷۵°C برسد قطر سواخ چقدر خواهد شد؟ $\alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$

$$\delta d = d_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$16 \left[ 2 \times 10^{-5} \times (175 - 25) \right]$$

$$\delta d = 0,048 \ mm$$

---

انبساط حجمی:

$$\delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$ فرمول تغییر حجم

$V_0$ = حجم اولیه برحسب $m^3$

$\beta$ = ضریب انبساط حجمی برحسب $\frac{1}{^\circ C}$

$\Delta t$ = تغییرات دما

بدست آوردن حجم ثانویه:

حجم ثانویه = حجم اولیه + تغییر حجم

$$V_\bullet + V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

$$V_\bullet = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta t)$$

$\beta$ آب وجیوه $= 1,8 \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ C}$ $\beta$ بنزین $= 0,001 \frac{1}{^\circ C}$

مثال: حجم ظرف شیشه‌ای پیرکس جیوه در دمای $0^\circ C$ برابر $1000\ m^3$ است. اگر دمای جیوه و شیشه تا $80^\circ C$ بالا رود $125\ cm^3$ جیوه از ظرف بیرون می‌ریزد. چنانچه ضریب انبساط حجمی جیوه $1,818 \times 10^{-4}\ \frac{1}{^\circ C}$ باشد، ضریب انبساط حجمی شیشه را محاسبه کنید.

$\delta V = 1000 \times 1,818 \times 10^{-4} \times 80 = 14,544\ m^3$ $\quad \delta V_{جیوه} = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$

شیشه $\delta V = \delta V_{جیوه} - 12,5 \Rightarrow 14,544 - 12,5 = 1,9\ m^3$

شیشه $\delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$

$1,9 = 1000 \times \beta \times (80-0)$ $\quad \beta = 2,375 \times 10^{-5}\ \frac{1}{^\circ C}$

حل اشتباه

---

مثال: در یک آبگرم کن ۵۰ گالنی در اثر تغییرات دمای $20^\circ C$، چقدر آب از مخزن بیرون می‌ریزد؟ با صرف‌نظر از تغییر حجم بدنه. اگر تغییر حجم بدنه را که فولادی است در نظر بگیریم چقدر آب بیرون می‌ریزد؟

$\delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$

$\delta V = (50 \times 3,785) \times 18 \times 10^{-5} \times 40$

$\delta V = 2,044\ Lit$

---

تنش حرارتی

فرمول تنش: $\sigma = \frac{F}{A}$ (1) تنش حرارتی برحسب pa یا $\frac{N}{m^2}$

ارتباط تنش و کرنش: $\sigma = E \cdot \varepsilon$ (2)

$E$: مدول الاستیسیته (یانگ) (پذیرفتاری)

$\varepsilon$: کرنش یا تغییر طول نسبی (بدون واحد)

(نسبتی بی‌جنس هم دارد)

$E_{St} = 2,1 \times 10^5\ mpa$

$E_{Al} = 7 \times 10^4\ mpa$

فرمول کرنش: $\varepsilon = \frac{\delta L}{L_0}$ (3)

$\delta L$: تغییر طول ناشی از تغییر دما

$L_0$: طول اولیه (m یا mm)

(1), (3) $\longrightarrow$ (2) $\quad \frac{F}{A} = E \frac{\delta L}{L_0}$

فرمول بسیار مهم: تغییر طول ناشی از نیرو $\quad \delta L = \frac{F \cdot L_0}{A E}$

$\delta L$: تغییر طول ناشی از نیرو

$F$: نیرو

$L_0$: طول اولیه

$A$: سطح مقطع

$E$: مدول الاستیسیته

② اندازه نیرو $\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\delta L}{L_0}$ $\qquad \delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

تنش حرارتی $\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$

---

مثال مقدمه: ریل‌های دوازده متری راه آهن را در یک روز زمستانی به دمای $-20^\circ C$ برده تا صله و بدون پل هم کار می‌گذاریم:

الف) اگر دمای تابستان تا $40^\circ C$ بالا رود از انبساط چه فاصله‌ای باید بین ریل‌ها خالی بماند؟

ب) اگر از انبساط این فاصله خالی‌ها نشود در دمای $40^\circ C$ چه تنشی در ریل‌ها ایجاد می‌شود؟

ج) اگر سطح مقطع ریل‌ها $100\ cm^2$ مستطیل شکل باشد و بین ریل‌ها فاقد در نظر گرفته نشود نیروی وارد بر ریل‌ها را حساب کنید.

$\alpha = 1,2 \times 10^{-5}\ \frac{1}{^\circ C}$

$E = 2,1 \times 10^5\ mpa$

$L_0 = 12\ m$

$t_1 = -20^\circ C$

$t_2 = 40^\circ C$

الف) $\delta L = ?$

ب) $\sigma = ?$

ج) $F = ?$

$A = 100\ cm^2$

الف) $\delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$\Delta t = 40 - (-20) = 60^\circ C$

$\delta L = 12 \times 1000 \times 1,2 \times 10^{-5} \times 60$

$\delta L = 8,64\ mm$

---

ب) $\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$\sigma = 2,1 \times 10^5\ mpa \times 1,2 \times 10^{-5} \times 60$

$\sigma = 151,2\ mpa \left(\frac{N}{mm^2}\right) = 1512\ bar$

فشار ناشی از این تغییر طول است

---

ج) $\sigma = \frac{F}{A}$

$F = 151,2\ \frac{N}{mm^2} \times 10000\ mm^2$

$F = 1512000\ N = 1512\ KN = 154,12\ ton$

---

مثال (تمرین): سطح مقطع یک لوله‌ی فولادی برابر $8,4\ cm^2$ است. با چه نیرویی می‌توان از انقباض آن جلوگیری کرد؟ دما از $120^\circ C$ به $20^\circ C$ تغییر می‌کند؟

$\alpha_{St} = 1,2 \times 10^{-5}\ \frac{1}{^\circ C}$

$E_{St} = 2,1 \times 10^5\ mpa$

$\sigma = \frac{F}{A}$ $\qquad -252 = \frac{F}{8,4 \times 10^{-4}}$

$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$ $\qquad F = -211680\ N$

$\sigma = 2,1 \times 10^5 \times 1,2 \times 10^{-5} \times (20 - 120)$

$\sigma = -252\ mpa$

مثال : استوانه‌ای از جنس آلومینیم در دمای $20^\circ C$ است. دمای استوانه را چند درجه سانتی‌گراد افزایش دهیم تا حجم آن $0.2\%$ حجم اولیه شود؟ ($\frac{1}{8}$ حجم اولیه یا $0.002$ حجم اولیه)

$\gamma_{Al} = 2.7 \times 10^{-5}$

$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$

$0.002\, V_0 = V_0 \times 2.7 \times 10^{-5} (t_2 - 20)$

$t_2 = \frac{0.002}{2.7 \times 10^{-5}} + 20$

$t_2 = 94.22^\circ C$

$t_2 = \frac{0.002}{20}$

$0.002 = 2.7 \times 10^{-5} (t_2 - 20)$

$0.002 = 2.7 \times 10^{-5} t_2 - 2.7 \times 10^{-5} \times 20$

$0.002 = 2.7 \times 10^{-5} t_2 - 0.00054$

---

مثال : آونگ ساعتی از آلومینیم ساخته شده است. دمای آن از $22^\circ C$ به $5^\circ C$ رسد تغییر طول نسبی آن چقدر است؟

$\alpha_{Al} = 2.4 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$

(ضریب انبساط طولی آلومینیم) دوبار فولاد است

$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$\Delta L = L_0 \times 2.4 \times 10^{-5} \times (5 - 22)$

$\Delta L = L_0 \times (-0.00408)$

$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = -0.00408$

ε کرنش یا تغییر طول نسبی

---

مبحث گرما و مقدار گرما

مقدار گرما ( Q )

فرمول به دست آوردن مقدار گرما $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$Q$ : گرما (ژول J)

$m$ : جرم (کیلوگرم kg)

$c$ : ظرفیت گرمایی ویژه ($\frac{J}{kg^\circ C}$)

$\Delta t$ : تغییر دما $^\circ C$ $(t_2 - t_1)$

$c_{H_2O} = 4185 \frac{J}{kg^\circ C} = 4.185 \frac{kJ}{kg^\circ C}$

هر یک کیلوکالری برابر $4.185\, kJ$ است.

$\rho_{H_2O} = 1050 \frac{kg}{m^3} = 1.05 \frac{kg}{dm^3} = 1.05 \frac{gr}{cm^3}$

---

مثال : برای آب‌گرمکن ۵۰ گالنی چند کیلوژول و کیلوکالری از دمای $70^\circ C$ تا $90^\circ C$ گرما لازم است؟

$t_1 = 70^\circ C$

$t_2 = 90^\circ C$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$Q = 189.12 \times 4185 \times 20$

$t_1 = 70^\circ C$

$t_2 = 90^\circ C$

$V = 50\, gal$

$Q = ?\, kJ \text{ and } kcal$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow m = 1050 \times 3.785 \times 50$

$m = 189.12\, kg$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$m = \rho \cdot V \Rightarrow 1050 \times 50 \times 0.003785$

$m = 198.5\, kJ$

$Q = 198.5 \times 4185 \times 20 = 1664191.8\, kJ = 399000\, kcal$

مقدار گرما $Q$

روش‌های محاسبه مقدار گرما $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$ بر حسب ژول J یا نیوتن‌متر N.m

$c$ گرمای ویژه: مقدار گرمایی که به یک گرم یا یک واحد جرم از یک جسم وارد می‌شود تا دمای آن ۱°C تغییر کند.

$c_{\text{آب}} = 4185\ J/kg^\circ C$

$c_{\text{یخ}} = 2000\ J/kg^\circ C$

$c_{\text{مس}} = 390\ J/kg^\circ C$

$c_{\text{خورد}} = 470\ J/kg^\circ C$

$c_{\text{آلومینیم}} = 910\ J/kg^\circ C$

Btu: مقدار گرمایی که برای بالا بردن دمای یک پوند از ۶۳° تا ۶۴° فارنهایت لازم است.

$1\ lb = 473.59\ gr$

$btu = 1055\ J$ یا N.m

کالری = ۴.۱۸۵ ژول

مقدار گرما برای تغییر حالت $Q = \pm m L_f$ یا $Q = \pm m L_v$ بر حسب $J/kg$

$L_f$ گرمای نهان ذوب — $L_v$ گرمای نهان تبخیر

---

مثال) دمای یک گلوله مسی سنگین که با پوشش صیقلی جرم دارد ۱۵۰°C است. در داخل آن ۱ kg آب ۲۵°C ریخته و به تدریج دمای آن را می‌بندند. دمای نهایی مجموعه وقتی حالت تعادل برقرار شود چقدر است؟ گلوله را مشخص کنید. فرض کنید گرما با محیط مبادله نمی‌شود.

$m_1 = 2\ kg$
$t_1 = 150^\circ C$
$m_2 = 1.5\ kg$
$t_2 = 25^\circ C$
$T = ?$
$c_{\text{مس}} = 390\ J/kg^\circ C$
$c_{\text{آب}} = 4185\ J/kg^\circ C$

$$T = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

$$T = \frac{2 \times 390 \times 150 + 1.5 \times 4185 \times 25}{2 \times 390 + 1.5 \times 4185} = 106.25^\circ C$$ دمای تعادل

$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow 2 \times 390 \times (150 - T) = 1.5 \times 4185 (T - 25) + m \times 2.26 \times 10^6$

$\Rightarrow m = 0.042\ kg$ مقدار بخار تشکیل شده

حدود ۴۵ درصد بخار شده تبدیل به آب می‌شود و دمای تعادل ۱۰۰°C می‌باشد.

---

مثال: هنگام زنگ کردن بر حی به ارتفاع ۴۳۴۳ m یک لیتر یا ۱ kg آب از یک کارگری می‌افتد. فرض کنید روی علفزار افتاده و نمی‌شکند. اگر همه انرژی مکانیکی به گرما تبدیل و وارد آب شود دمای آن چقدر افزایش می‌یابد؟

$E_1 = E_2$

$U = Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow 1 \times 9.81 \times 4343 = 1 \times 4185 \times \Delta t$

$$\Delta t = \frac{42585.83}{4185} = 10.17^\circ C$$

$E_1 = E_2$

$mgh = m \cdot c \cdot \Delta t$

$1 \times 9.81 \times 4343 = 1 \times 4185 \times \Delta t$

$$\Delta t = \frac{42585.83}{4185} = 10.17^\circ C$$

مثال) قطعه‌ای از ماشین از ۱٫۴ کیلوگرم آلومینیم و ۸ کیلوگرم فولاد ساخته شده است و باید در دمای ۱۵۰°C قرار گیرد. گرمای لازم برای پیش آن از دمای ۲۰°C برای این دما را حساب کنید.

$m_{Al} = 1{,}4\,kg$

$m_{Fe} = 8\,kg$

$t_1 = 20^\circ C$

$t_2 = 150^\circ C$

$Q = ?$

$Q = Q_1 + Q_2$

$Q = m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot \Delta t + m_{Fe} \cdot c_{Fe} \cdot \Delta t$

$Q = 1{,}4 \times 910 \times 130 + 8 \times 460 \times 130$

$Q = 1120870\,J = 1120\,kJ \Rightarrow \frac{1120870}{4185} = 267{,}8\,kcal$

---

مثال) گلوله آلومینیمی به جرم 1٫5 kg را که دمای آن 25°C است روی شعله قرار داده‌ایم. چه مقدار گرما لازم است تا دمای آن به 90°C برسد؟ اگر 4٫5 kg آب در ظرفی روی شعله قرار دارد، چه مقدار گرما برای بالا بردن دمای مجموعه از 25°C به 90°C لازم است؟

$Q = Q_1 + Q_2$

$Q = Q_{Al} + Q_{H_2O}$

$Q = (m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot \Delta t) + (m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot \Delta t)$

$Q = (m \cdot c \cdot \Delta t) + (m \cdot c \cdot \Delta t)$

$Q = 1{,}5 \times 916 \times (90-25) + 4{,}5 \times 4185 \times (90-25)$

$m_{Al} = 1{,}5\,kg$, $m_{H_2O} = 4{,}5\,kg$, $\Delta t = 70^\circ C$

$Q = 1120870\,J = 1120{,}87\,kJ = 267{,}81\,kcal$

$c_{Al} = 916\ \frac{J}{kg^\circ C}$, $c_{H_2O} = 4185\ \frac{J}{kg^\circ C}$

$Q = 1{,}5 \times 916 \times 70 + 4{,}5 \times 4185 \times 70$

$Q = 96030 + 1.25325$

$Q = 1120870\,J$

---

مثال) بابک یک گرم‌کننده الکتریکی 200 W ($W = \frac{J}{sec}$) دارد. او 0٫25 kg آب با دمای 20°C را به 90°C می‌رساند. الف) چقدر گرما لازم است؟ ب) اگر اتلاف نداشته باشد، پس از چه مدت (دقیقه) گرم‌کننده خاموش می‌شود؟

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$Q = 250 \times 4185 \times 70 = 73237500\,joule$

$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{73237500}{200} = 366187\,sec$

$\Delta t = t_2 - t_1 = 90 - 20 = 70$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$Q = 250 \times 4185 \times 70 = 73237500\,J$

$t = \frac{Q}{P} = \frac{73237500}{200} = 366187\,s = 6{,}1\,min$

---

مثال) مقدار گرمای لازم برای تبدیل یک کیلوگرم یخ 1 kg به بخار آب را حساب کنید.

$m = 1\,kg$

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$

$Q_2$ و $Q_4$ تبدیل حالت است

$Q_1$ گرمای لازم برای تبدیل یخ 20- به یخ 0

$Q_2$ گرمای لازم برای تبدیل یخ صفر به آب صفر

$Q_3$ گرمای لازم برای تبدیل آب صفر به آب صد

$Q_4$ تبدیل آب صد به بخار آب

$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta t + mL_f + m \cdot c \cdot \Delta t + mL_v$

$Q = 1 \times 2000 \times (0-(-20)) + 1 \times 334 \times 10^3 + 1 \times 4185 \times (100-0) + 1 \times 2257 \times 10^3$

$(100-0) \times 2257 \times 10^3 \frac{J}{kg} = 2257000\,J$

$2257000\,J \simeq 2257\,kJ \simeq 538{,}8\,kcal$

$Q_1 = 40000$

$Q_2 = 334000$

$Q_3 = 418500$

$Q_4 = 2257000$

مقدار $L_f$ و $L_v$ برای آب — $L_{f_{آب}} = ۳۳۴ \frac{kJ}{kg}$ $L_{v_{آب}} = ۲۲۵۶ \frac{kJ}{kg}$

دمای تعادل

گرمایی که آب گرم از دست می‌دهد $Q_1 = Q_2$ گرمایی که آب سرد می‌گیرد

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

دمای تعادل بدست آمده $$T = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3}$$

**مثال مقدماتی:** دمای یک قطعه مسی سنگینی که با دریوشی حدوداً ۲kg جرم دارد ۱۵۰°C است. در داخل یک ظرف ۱kg از آب ۲۵°C ریخته و به‌تندی درب آن را می‌بندیم. دمای تعادل مجموعه و نیز حالت نهایی مایع یا بخار محتوای ظرف را مشخص کنید. (فرض کنید گرما با محیط مبادله نمی‌شود)

$m_1 = ۲kg$
$t_1 = ۱۵۰°C$
$m_2 = ۱kg$
$t_2 = ۲۵°C$
$T = ?$ دمای تعادل
$c_{مس} = ۳۹۰ \frac{J}{kg°C}$
$c_{آب} = ۴۱۸۵ \frac{J}{kg°C}$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$
$$m_1 c_1 \Delta t = m_2 c_2 \Delta t$$
$$۲ \times ۳۹۰ (۱۵۰ - T) = ۱ \times ۴۱۸۵ (T - ۲۵)$$
$$۱۱۷۰۰۰ - ۷۸۰T = ۴۱۸۵T - ۱۰۴۶۲۵$$
$$T = ۱۰۴/۳۵°C$$

گرمایی که قسمتی از آب ۱۰۰°C را تبخیر + گرمایی که آب بدست آمده تا ۱۰۰°C بدهد = گرمایی که قسمی از بدنه از دست می‌دهد تبدیل می‌کند

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow ۲ \times ۳۹۰ (۱۵۰ - ۱۰۰) = ۱ \times ۴۱۸۵ (۱۰۰ - ۲۵) + m \times ۲۲۵۶ \times ۱۰^3$$

$m = ۰/۰۲۴ kg$ حدود ۲۴ گرم بخار شده بنابراین حرارتی، است.

دمای تعادل ۱۰۰°C است.

روش دوم حل:

$$T = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

$$T = \frac{۲ \times ۳۹۰ \times ۱۵۰ + ۰/۱ \times ۴۱۸۵ \times ۲۵}{۲ \times ۳۹۰ + ۰/۱ \times ۴۱۸۵} \Rightarrow T = ۱۰۴/۳۵°C$$

جواب غیر منفصل

---

**مثال:** در آزمایشی صدگرم (حدوداً یک‌چهارم سه گرم) یاد در آب جوشان انداخته و سپس به تعادل گرمایی آنها با بسرعت بیرون آورده و درظرفی با ۲۴/۰ kg آب ۲۰°C وارد جرم ناچیزی می‌اندازند. دمای تعادل چقدر می‌شود؟ ظرفیت گرمای ویژه مس‌ها $۳۹۰ \frac{J}{kg°C}$ است.

$۳ \times ۱۰^{-۲} = ۳۰۰ \div ۱۰۰۰ = ۰/۳ kg$

$$t = \frac{۰/۳ \times ۳۹۰ \times ۱۰۰ + ۰/۲۴ \times ۴۱۸۵ \times ۲۰}{۰/۳ \times ۳۹۰ + ۰/۲۴ \times ۴۱۸۵}$$

$$t = ۲۸/۳۵°C$$

مثال) نمونه‌ی ۰/۷۵ kg از جسم ناشناسی را به دمای ۱۰۰°c رسانده و درون گرماسنجی می‌اندازد. گرماسنج مسی به جرم ۰/۱۵۰ kg است و در داخل آن ۰/۲۰۰ kg آب رخته‌ات (به دمای ۱۹°c) وجود دارد. دمای نهایی مجموعه به ۲۲/۱°c می‌رسد. ظرفیت گرمایی ویژه‌ی نمونه را حساب کنید.

$m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t_1 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot \Delta t_3$

$0/75 \times c_1 (100 - 22/1) = 0/150 \times 390 (22/1 - 19) + 0/200 \times 4185 \times (22/1 - 19)$

ظرفیت گرمایی ویژه $c_1 = 476/15 \ \frac{J}{kg \cdot °C}$

---

مثال) در ظرف عایق پوستی (گرما با محیط مبادله نشود) با جرم ناچیز از جریان صوت قطره‌ی $0/25$ kg آب با دمای ۲۵°c رخته‌اند. چند گرم یخ ۰°c- را باید اضافه کنند تا دمای نهایی به ۴°c برسد؟

$m = 0/25 kg$, $t_1 = 25°c$, $t_2 = 4°c$, $t_i = -20°c$, $m_i = ?gr$, $c_i = 2000$

گرمای آب: $Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = 0/25 \times 4185 \times (4 - 25) = -21911/25 J$

گرمای یخ: $Q = (m \cdot c \cdot \Delta t) + (m l_f) + (m \cdot c \cdot \Delta t)$

$Q = m \times 2000 \times (0 + 20) + m \times 334000 + m \times 4185 (4 - 0)$

$Q = 40000m + 334000m + 16740m = 390740m$

$\sum Q = 0 \Rightarrow -21911/25 + 390740m = 0$

$m = \frac{21911/25}{390740} = 0/056 kg = 56 gr$

---

## راه‌های انتقال گرما

۱. از طریق هدایت (رسانایی) برای جامدات

$H = K \cdot A \frac{T_H - T_C}{L}$

| | | |
|---|---|---|
| $H$: | آهنگ انتقال گرما = روش هدایت | $H$: $w$ یا $\frac{J}{s}$ |
| $K$: | ضریب انتقال حرارت = روش هدایت | $K$: $\frac{w}{m \cdot °C}$ |
| $A$: | سطح مقطع | $A$: $m^2$ |
| $T_H$: | دمای گرم (دمای بالاتر) | $T_H$: $°C$ |
| $T_C$: | دمای سرد | $T_C$: $°C$ |
| $L$: | ضخامت | $L$: $m$ |

---

۲- از طریق جابجایی یا همرفت برای مایعات و گازها

۳- تابش برای انتقال نیاز به ماده نیست از طریق امواج...

---

مثال نمونه: یخچالی برای یخ صفر درجه سانتی‌گراد آب دنوشابه است. دیواره‌ی آن از یونولیت ($K = 0/01$) به ضخامت ۴ cm و سطح کل $6 m^2$ است. اگر دمای محیط ۳۰°c باشد، آهنگ شارش گرما به داخل یخچال و مصرف یخ آن در یک شبانه‌روز را حساب کنید. (دمای سطح بیرونی یخچال و دمای محیط را برابر بگیرید)

$H = K \cdot A \frac{T_H - T_C}{L}$

$4 cm \div 100 = 0/04 m$

$H = 0/01 \times 6 \times \frac{30}{0/04}$

$H = 45 w (\frac{J}{s})$

$H = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = H \times t$ (۱)

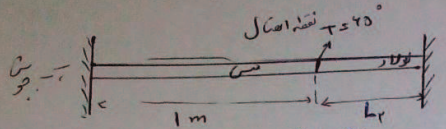
$Q = 45 \times 86400 = 3888000 J$

مقدار گرمایی که در شبانه‌روز وارد یخچال می‌شود

$Q = m \cdot L_f$ (۲)

$m = \frac{Q}{L_f} = \frac{3888000 J}{2400000 \frac{J}{kg}} = 1/62 kg$

مثال از حرارت و انتقال گرما از طریق هدایت : جدار لوله ای عایق پوش است و گرما از آن عبور نمی کند
میله از دو قسمت فولادی به طول $L_2$ و مسی به طول 1m که به دنبال یکدیگر تشکیل شده است.
سر میله مسی در آب جوشان در فشار 1atm و سر میله فولادی در مخلوط آب و یخ قرار دارد.
سطح مقطع هر دو ماده یکسان و برابر $60\ cm^2$ و در حالت پایا (تعادل) دمای نقطه اتصال مس و فولاد دارای
دمای $65^\circ C$ است. الف) در هر ثانیه چقدر گرما از آب جوش به مخلوط آب و یخ منتقل میشود.
ب) طول میله فولادی چقدر است؟




$A = 60\ cm^2 = 60 \times 10^{-4}\ m^2$

در حالت پایای شارش گرما فولاد و مس $H = H_{مس} = H_{فولاد}$ است.

الف) $H = K \cdot A \frac{T_H - T_C}{L} \Rightarrow \frac{385 \times 60 \times 10^{-4} \times (100-65)}{1} = 80.85\ \frac{J}{s}$

ب) $\left[\frac{K \cdot A (T_H - T)}{L}\right]_{مس} = \left[\frac{K \cdot A (T - T_C)}{L}\right]_{فولاد}$

$\frac{385 \times 60 \times 10^{-4} \times (100-65)}{1} = \frac{50 \times 60 \times 10^{-4} \times (65-0)}{L} \Rightarrow \frac{1617}{200} = \frac{1.95}{L} \Rightarrow L = 24\ cm$

آهنگ انتقال گرما از طریق تابش (معادله حالت گاز) : $H = A \cdot e \cdot \delta (T_1^4 - T_2^4)$

H : آهنگ انتقال گرما برحسب W یا $\frac{J}{s}$

A : سطح مقطع برحسب $m^2$

e : ضریب گسیل (گسیلندگی) و مقدار e برای جسم سیاه یک است

$\delta$ : ضریب استفان $5.669 \times 10^{-8}$ برحسب $\frac{W}{m^2 K^4}$

$T_1$ : دما برحسب (دمای سطح) کلوین K

$T_2$ :

---

مثال نمونه : سطح دائی ورفتار ستاره ها امواج الکترومغناطیس گسیل می دارند.
فرض $e = 1$ (ضریب گسیل) در مورد آفتاب تقریبا خوب است.
سطح ستاره های زیر را (به فرض کروی بودن) حساب کنید.

الف) بدانه جوزا ستاره سرخ رخشانی درصورت فلکی جبار که انرژی با آهنگ $H = 2.90 \times 10^{30}\ W$ گسیل می دارد
ودمای سطح آن 3000K است.

ب) شعرای یمانی (که فقط با بورسین نوجی قابل رویت است) با آهنگ تابش $H = 7.28 \times 10^{23}\ W$ ودمای
سطح 10000K است.

ج) این پاسخ ها را با شعاع زمین و شعاع خورشید و فاصله زمین تا خورشید مقایسه کنید.

[ بدانه جوزا که ابر اغتر و شعرای یمانی یک کوتوله ی سفید است ]

حل) $H = A \cdot e \cdot \sigma T^4$

$3{,}9 \times 10^{26}\ W = A \times 1 \times 5{,}669 \times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 K^4} \times 6000^4\ K^4$

$A = 1{,}693 \times 10^{23}\ m^2$ $\quad A = 4\pi r^2 \Rightarrow 1{,}693 \times 10^{23} = 4(3{,}14) r^2 = 2{,}7 \times 10^{11}\ m$

$\simeq 2{,}6 \times 10^8\ km$

الف) خورشید $H = 3{,}92 \times 10^{26}\ W$ $\quad H = A \cdot e \cdot \sigma \cdot T^4 \Rightarrow 1{,}28 \times 10^{23} = A \times 1 \times 5{,}669 \times 10^{-8} \times (1000)^4 \Rightarrow A = \frac{1{,}28 \times 10^{23}}{5{,}669 \times 10^{-8}}$

خورشید $m = 1{,}99 \times 10^{30}\ kg$ $\quad A = 1{,}28 \times 10^{16}$

$A = 4\pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1{,}28 \times 10^{16}}{4 \times 3{,}14}} = \sqrt{1{,}3 \times 10^{15}} = 3{,}55 \times 10^7 = 3{,}55 \times 10^4\ km$ برابر خورشید

ب) شعاع خورشید $= 695{,}500\ km$ $\quad$ شعاع یوا جوزا $= 2{,}2 \times 10^8\ km$ $\quad$ { 411/22 برابر زمین و 109 برابر خورشید / نسبت شعاع یوا جوزا به زمین 1,74 }

شعاع زمین $= 6422\ km$ $\quad$ شعاع کهکشان راه شیری $= 5 \times 10^{17}\ km$ { 5,5 برابر زمین و 0,008 برابر خورشید / نسبت فاصله 0,000024 }

مثال) دو صفحه سیاه به دمای $400^\circ$ و $150^\circ$ سانتی گراد از طریق تابش گرما منتقل می کنند. الف) آهنگ انتقال گرما بین این دو صفحه را حساب کنید. ب) اگر صفحه سیاه دیگری بین این دو صفحه قرار دهیم مقدار آهنگ انتقال گرما را حساب و با قبل مقایسه کنید.

الف) $H = A \cdot e \cdot \sigma (T_1^4 - T_2^4)$ $\quad H_1 - H_2 = 9422{,}48\ A$

$H = 9422{,}48\ A$ $\quad A = 1\ m^2$

ب) $H = A \cdot e \cdot \sigma \cdot T^4$

$H_1 = 11450{,}23$ $\quad H_2 = 1811{,}85$

$H_1 + H_2 = 13261{,}08$

$\frac{h}{A_{1,2}} = \frac{h}{A_{3,2}}$ $\quad K \cdot A = \frac{dt}{dh}$

$e\sigma (T_1^4 - T_e^4) = e\sigma (T_e^4 - T_2^4)$

$T_1^4 + T_2^4 = 2T_e^4$ صفحه میانی

نصف حالت قبل می شود. (آهنگ انتقال)

---

## خواص گرمایی مواد

معادله حالت

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ ①

$\frac{P \cdot V}{T} = \underbrace{n \cdot R}_{\text{مقدار ثابت}}$

$P$: فشار برحسب پاسکال $Pa$

$V$: حجم برحسب $m^3$

$n$: تعداد مول‌ها برحسب $mol$

$R$: $8{,}314\ \frac{J}{mol \cdot K}$ ثابت گازها

$T$: دمای مطلق گاز برحسب کلوین $K$

معادله جرم گازها

② $m = n \cdot M$

$m$: جرم گاز $kg$

$n$: تعداد مول‌ها $mol$

$M$: جرم مولی گاز $\frac{kg}{mol}$

② → ① $P \cdot V = \left(\frac{m}{M}\right) R \cdot T$ $\quad P \cdot M = \left(\frac{m}{V}\right) R \cdot T$

$\frac{m}{V} = \rho$

③ $\rho = \frac{P \cdot M}{R \cdot T}$

$\rho$: چگالی گاز برحسب کیلوگرم بر مترمکعب $\frac{Kg}{m^3}$

$P$: فشار گاز: $Pa$

$M$: جرم مولی گاز: $\frac{Kg}{mol}$

$R$: ثابت گازها $8,314 \frac{J}{mol.K}$

$T$: دمای مطلق گاز برحسب کلوین $K$

④ معادله برای دو تا گاز [ دو تا شرایط گاز ]

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

---

مثال: دمای گاز در شرایط متعارفی [ دما و فشار استاندارد ] برای یک گاز $T = 273,15 K$ , $P = 1 atm$ است. هرگاه بخواهیم یک مول گاز را در این شرایط نگه داریم حجم آن را حساب کنید.

$T = 0^\circ C$

حل

$n = 1 mol$

$V = ? m^3 \text{ or } lit$

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$101300 \times V = 1 \times 8,314 \times 273,15$

$V = 0,0224 m^3 = 22,4 lit$

---

مثال: جرم یک کپسول غواصی $11 lit$ و فشار پیمانه‌ای هوای آن $2,1 \times 10^7 Pa$ است. مخزن خالی $11 lit$ هوا $21^\circ C$ دما و $101300 Pa$ فشار مطلق دارد. برای پرکردن مخزن هوای گرم یک موتورقایق را وارد آن می‌کنند. دمای هوای مخزن پس از پرشدن $42^\circ C$ و فشار پیمانه‌ای آن $2,1 \times 10^7 Pa$ است. چه جرمی از هوا وارد آن شده؟

[ هوا مخلوطی از گازهای مختلف از ۷۸٪ نیتروژن و ۲۱٪ اکسیژن و ۱٪ مخلوط چند گاز دیگر است. جرم مولی متوسط هوا $28,8 \frac{gr}{mol}$ است ]

حل

$V = 11 Lit$

$P_2 = 2,1 \times 10^7 Pa$

$t_1 = 21^\circ C + 273,15 = 294,15 K$

$P_1 = 101300 Pa$

$t_2 = 42^\circ C + 273,15 = 315,15 K$

$m = ? gr \text{ or } Kg$

$M_{هوا} = 28,8 \frac{gr}{mol}$

$P_1 \cdot V = n_1 \cdot R \cdot t_1$

شرایط اولیه: $101300 \times 0,011 = n_1 \times 8,314 \times 294,15$

$n_1 = 0,498 mol$

شرایط ثانویه: $P_2 \cdot V = n_2 \cdot R \cdot T_2$

$(2,1 \times 10^7 + 101300) \times 0,011 = n_2 \times 8,314 \times 315,15$

$n_2 = 88,243 mol$

مقدار کل تبادل مول:

$n = n_2 - n_1$

$n = 88,243 - 49,8 = 38,443 mol$

مقدار کل تبادل جرم گاز:

$m = n \cdot M$

$m = 38,443 \times 28,8 = 1107,398 gr = 1,107 Kg$

مثال: چگالی هوا را در دمای ۲۰°c فشار مطلق 1atm حساب کنید. [جرم مولی هوا را ۲۸٫۸ gr/mol در نظر بگیرید]

حل

$T = 20°c$

$P = 1atm$

$1gr = 28.8 \frac{gr}{mol}$

$R = 8.314 \frac{J}{mol.K}$

$$\rho = \frac{P.M}{R.T} = \frac{101300 \times 28.8/1000}{8.314 \times 20 + 273.15} = 1.2 \frac{kg}{m^3}$$

$$\frac{101300 \times 28.8/1000}{8.314 \times 20 + 273.15} = 1.2 \frac{kg}{m^3}$$

---

تغییر فشار هوا با ارتفاع:

$P = \rho g h$ $\quad \frac{dP}{dy} = -\rho . g$ $\quad \frac{dP}{dy} = -\frac{P.M}{R.T} g$ $\quad \frac{dP}{P} = \frac{M.g}{R.T}$ $\quad$ انتگرال‌گیری $\Rightarrow \int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P}$

$\int_{y_1}^{y_2} -\frac{Mg}{R.T} dy$ $\quad Ln\,P\Big|_{P_0}^{P} = \frac{-Mg}{R.T}$ $\quad y\Big|_{y_1}^{y_2}$ $\quad Ln P - Ln P_0 = -\frac{Mg}{R.T}(y_2 - y_1)$

$Ln \frac{P}{P_0} = -\frac{Mg}{R.T}(y_2 - y_1)$ $\quad \frac{P}{P_0} = e^{-\frac{Mg}{R.T}(y_2 - y_1)}$ $\quad P = P_0 \times e^{(-\frac{Mg}{R.T} y)}$

$P$ : فشار در ارتفاع $y$ از سطح زمین

$P_0$ : فشار در سطح زمین

$e$ : عدد نپر

$M$ : جرم مولی

$g$ : شتاب ثقل

$R$ : ثابت گاز

$T$ : دمای مطلق گاز

$y$ : ارتفاع از سطح زمین

---

مثال: فشار را در قله اورست حساب کنید. ارتفاع اورست را از سطح دریا ۸۸۴۳m در نظر بگیرید. دما در سطح دریا ۰°c و فشار 1atm میباشد.

حل $\quad P = P_0 . e^{(-\frac{Mg}{R.T} y)}$

$P = 1 \times e^{(-\frac{0.0288 \times 9.81}{8.314 \times 273.15} \times 8843)}$

$P = 0.332\ atm$

اگر در قله اورست دما: $T = -25°c$ باشد:

$P = 1 \times e^{(-\frac{0.0288 \times 9.81}{8.314 \times 248.15} \times 8843)}$

$P = 0.297\ atm$

---

۹۸/۹/۱

مقدار گرما: انرژی جنبشی انتقالی متوسط یک مول گاز

$$K = \frac{3}{2} n . R . T$$

$K$: انرژی جنبشی متوسط یک مول گاز تک اتمی بر حسب ژول

$T$: دمای مطلق گاز $K$ کلوین

$n$: تعداد مول‌ها بر حسب mol

$R$: ثابت گازها بر حسب $\frac{J}{mol.K}$

$Q = \frac{m}{n.M} \cdot c \cdot \Delta t$ $\quad Q = n.M.c.\Delta t$

$Q = n.cv.\Delta t$

$Q$: مقدار گرمای لازم برای تغییر دمای گاز بر اندازه میزول

$n$: تعداد مول ها

$cv$: $\frac{J}{mol.k}$ ظرفیت گرمایی ویژه گاز در حجم ثابت

$\Delta t$: $(t_2 - t_1)$ تغییر دما

---

ظرفیت گرمایی گاز کامل در حجم ثابت ($cv$)

$dQ = dk$

$n.cv.dt = \frac{3}{2} n.R.dt$ $\quad cv = \frac{3}{2} R$ $\quad cp = \frac{5}{2} R$ $\quad cp = \frac{7}{2} R$

$dQ$: تغییرات مقدار گرما

$dk$: تغییرات انرژی جنبشی انتقالی

$cv$: $\frac{J}{mol.k}$ ظرفیت ویژه گرمایی گاز کامل تک اتمی در حجم ثابت

$R$: $\frac{J}{mol.k}$ ثابت گازها

---

مثال) بر روی محترکی اتوانه‌ای پیستونی قرار دارد که میتواند با آن حجم فرن را تغییر داد. در حالت عادی $1.3\ m^3$ هوا با فشار $2\ atm$ در فرن جای دارد. پیستون را بتدریج پایین برده (دما ثابت می‌ماند) و حجم هوا را به $0.5\ m^3$ می‌رساند. اگر دما ثابت بماند فشار نهایی هوا را حساب کنید.

فشار مطلق $2+1 = 3\ atm$ (فشار پیمانه‌ای)

$\frac{P_1 . V_1}{T_1} = \frac{P_2 . V_2}{T_2}$ $\quad \Rightarrow \quad \frac{3 \times 1.3}{0.5} = 7.8\ atm = 790150\ Pa =$ $114.44\ psi$

---

مثال) در یک فرن $25$ لیتری مادی $28$ کیلوگرم هلیم با جرم اتمی $4\ \frac{g}{mol}$ و دمای $24^\circ C$ ذخیره شده است.

الف) چند مول هلیم در فرن است؟ ب) فشار محترک چند پاسکال و چند اتمسفر است؟

$m = n.M$ $\quad n = \frac{28}{4} = 7\ mol$

$P.V = n.R.T$

$P = \frac{n.R.T}{V} = \frac{7 \times 8.314 \times 297.15}{0.025} = \frac{17329.57}{0.025} = 693182.8\ Pa =$ $68.29\ atm$ فشار مطلق

فشار نسبی (پیمانه‌ای) $68.29 - 1 = 67.29\ atm$

مثال) موتور چهار سلندر اتومبیلی که حجم تمیز سلندرهای آن $545.8\ cm^3$ است، با هوای جو (فشار $1.00\times10^5\ Pa$) و دمای $27^\circ C$ پر است. این هوا را تراکم کامل به حجم $54.8\ cm^3$ و فشار پیمانه‌ای $2.43\times10^6\ Pa$ می‌رساند. دمای آن چند درجه است؟

$V_1 = 545.8\ cm^3$
$T_1 = 300.15\ K$
$P_1 = 1.01\times10^5\ Pa$
$V_2 = 54.8\ cm^3$
$P_2 = 2.43\times10^6\ Pa$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2 T_1}{P_1 V_1} = \frac{(2.43\times10^6 + 1.01\times10^5)\times 54.8\times10^{-6}\times 300.15}{1.01\times10^5\times 545.8\times10^{-6}}$$

$$T_2 = 721.99\ K$$
$$T_2 = 448.84^\circ C$$

---

مثال) حجم یک مخزن اکسیژن حدوداً $0.8\ m^3$ و در ابتدا از اکسیژن (جرم مولکولی اکسیژن $32\ g/mol$) با فشار پیمانه‌ای $4\times10^5\ Pa$ و دمای $22^\circ C$ پر است. با گذشت زمان مقداری گاز از مخزن به خارج نشت می‌کند. در یک روز بارندگی $22^\circ C$ فشار پیمانه‌ای مخزن $2\times10^5\ Pa$ است. مطلوب است: الف) جرم اولیه اکسیژن

ب) جرم گازی که خارج شده است

الف) $P = P_1 + P_0 = 4.00000 + 1.01300 = 5.01300\ Pa$

$P = P_2 + P_0 = 2.00000 + 1.01300 = 3.01300\ Pa$

$P_1 V_1 = n R T$

$5.01300 \times 0.8 = n \times 8.314 \times 295.15$

$n = 16.25\ mol$

$m = n \cdot M$

$m = 16.25 \times 0.032$

$m = 5.48\ kg$

ب) $n = \frac{P V}{R T}$

$n = \frac{3.01300 \times 0.8}{8.314 \times 295.15} = 9.80\ mol$

$m = 9.80 \times 0.032 = 3.14\ kg$

جرم گاز خارج شده $= 5.48 - 3.14 = 2.34\ kg$

---

مثال) در یک لیوان آب $250\ g$ (یک کیلوگرم)، چند مول و چند مولکول موجودند؟ ($M_{H_2O} = 18\ g/mol$)

$m = n \cdot M$

$n = \frac{m}{M} = \frac{250}{18} = 13.89\ mol$

$13.89 \times 6.022\times10^{23} = 83.65\times10^{23}\ molecule$

مثال) ظرفیت گرمایی ویژه گاز نیتروژن را حساب کنید و آنرا با ظرفیت گرمایی ویژه آب مقایسه کنید.
مرکز مولکولی نیتروژن $28 \frac{gr}{mol}$ است.

$C_v = \frac{5}{2} R$

$C_v = \frac{5}{2} \times 8/314 = 20/786 \frac{J}{mol\,K}$

$C_p = M_{N_2} \cdot C \Rightarrow 20/786 = 0/028 \times C_{N_2} \Rightarrow C_{N_2} = \frac{20/786}{0/028}$

$C_N = 742/64 \frac{J}{Kg\,K}$

ظرفیت گرمایی آب است چون

$C = 4185 \frac{J}{Kg\,K}$

---

مثال) در یک روز سرد که دما و فشار هوا به ترتیب $5^\circ C$ و $1/2 atm$ است حجم لاستیک اتومبیلی $0/15 m^3$ است. آنرا با فشارسنجی‌ای $1/7 atm$ باد می‌کنند. بعد از یک رانندگی در بزرگراه (هوای داخل) لاستیک به $47^\circ C$ و حجم آن به $0/16 m^3$ می‌رسد. فشارسنجی‌ای آن چقدر است؟

$T_1 = 5 + 273/15 = 278/15 K$

$P_1 = (1/02 + 1/7) \times 101300 = 272526$

$V_1 = \frac{150 lit}{1000} = 0/15 m^3$

$V_2 = 160 lit / 1000 = 0/16 m^3$

$T_2 = 47 + 273/15 = 320/15 K$

$P_2 = ?$

$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

$\frac{272526 \times 0/15}{278/15} = \frac{P_2 \times 0/16}{320/15}$

$\Rightarrow P_2 = 294520 Pa = 2/905 atm$ فشار مطلق یا دلاستیک

فشاری که فشارسنج نشان می‌دهد (فشارسنج یا پیمانه‌ای)

$2/905 - 1/02 = 1/915$

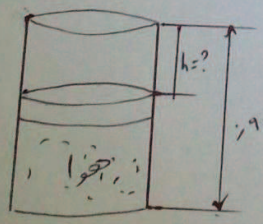
$1/915 \times 14/7 = 28/15 psi$

---

مثال) با توجه به شکل زیر روی یک طرف استوانه‌ای قائم به ارتفاع $0/9 m$ که بالای آن باز است، پیستونی با وزن ناچیز قرار دارد. فشار هوای درون استوانه $1 atm$ است. آنقدر جیوه روی پیستون می‌ریزند که سطح جیوه به لبه بالای استوانه برسد. پیستون چقدر پایین می‌رود؟ (دمای هوا ثابت می‌ماند)

فشار پایه برای هر دو مطلق یا پیمانه.

$(\rho_{جیوه} = 13600 \frac{kg}{m^3})$




فشار حاصل از ستون جیوه $P = \rho \cdot g \cdot h$

برای هوا $\frac{P_1 \cdot V_1}{T} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 \cdot V_1}{V_2} =$

$= \frac{101300 \times A \times 0/9}{A \times (0/9 - h)}$

فشار مطلق هوای محبوس زیر پیستون $P_2 = \frac{101600 \times 0/9}{(0/9 - h)}$

فشار مطلق جیوه در بالای پیستون $P = 13600 \times 9/81 \times h + 101600$

فشار مطلق هوا زیر پیستون = فشار مطلق جیوه + فشار مطلق بالای پیستون

$\frac{101600 \times 0/9}{(0/9 - h)} = 13600 \times 9/81 h + 101600 \Rightarrow \frac{91170}{(0/9 - h)} = 133416h + 101600$

$\frac{133416h^2 - 120066/4h + 91170 + 101600h - 91170}{(0/9 - h)} = 0$

فقط صورت را برابر صفر قرار می‌دهیم $(0/9 - h) \neq 0$

$133416h^2 - 18766/4h = 0$

$h(133416h - 18766/4) = 0$

$h = 0$ قابل قبول نیست

$133416h = 18766/4 \Rightarrow h = \frac{18766/4}{133416} = 0/141 m$

مثال) بالنی به حجم $6\ m^3$ را باید از هیدروژن با فشار جو ($1.1 \times 10^5\ Pa$) پر کنند.
الف) هرگاه هیدروژن در مخزن‌هایی هریک به حجم $2.1\ m^3$ و فشار مطلق $2.4 \times 10^6\ Pa$ ذخیره شده باشد، چند مخزن برای پر کردن بالن لازم است؟ دمای هیدروژن را ثابت فرض کنید. ب) چه مقدار بار علاوه بر وزن بالن و گاز، را می‌توان با این بالن بالا برد؟ دمای هوای درون و بیرون بالن $15^\circ C$ است. جرم مولکولی هیدروژن $2.2 \frac{kg}{mol}$ و چگالی هوای $15^\circ C$ برابر $1.23 \frac{kg}{m^3}$ است. ج) اگر بالن با هلیم پر بود چه مقدار بار اضافی را بالا می‌برد؟ دمای هوا همان $15^\circ C$ و جرم مولکولی هلیم $4 \frac{kg}{mol}$ می‌باشد.

---

قانون اول ترمودینامیک

تعریف ترمودینامیک: دانش بررسی رابطه بین گرما و کار مکانیکی و سایر جنبه‌های انرژی و انتقال آن‌ها است.

تعریف دستگاه ترمودینامیکی: دستگاهی است که می‌تواند با محیط خود، تبادل انرژی داشته باشد.

فرآیند ترمودینامیکی: فرآیندی است که در آن حالت ترمودینامیکی (دما، فشار، حجم) دستگاه تغییر می‌کند.

---

انجام کار در تغییر حجم

محاسبه مقدار کار در اثر تغییر حجم

$$dw = P \cdot A \cdot dx \Rightarrow w = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$

$$w = P \cdot V \Big|_{V_1}^{V_2} = P(V_2 - V_1) \quad (1)$$ کار ناشی از انبساط با فشار ثابت

کار سیستم روی محیط + $W > 0$ ← انبساط گاز

کار محیط روی سیستم − $W < 0$ ← تراکم گاز

گرمایی که وارد سیستم می‌شود + $Q > 0$

گرمایی که از سیستم خارج می‌شود − $Q < 0$

---

$P$ برحسب $T$ و $R$ فشار تابعی از حجم، دما و تعداد مول

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

کار ناشی از تغییر حجم در دمای ثابت

$$w = \int P \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} dV = n \cdot R \cdot T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

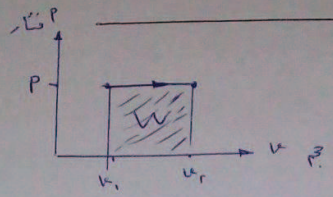
$$w = n \cdot R \cdot T \cdot \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} \Rightarrow n \cdot R \cdot T (\ln V_2 - \ln V_1)$$

$$w = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$ کار ناشی از دمای ثابت و تغییر حجم

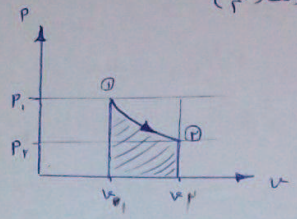
$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T} \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \qquad W = n.R.T.\ln\frac{P_1}{P_2} \quad (۲)$$

کار ناشی از تغییر حجم در فشار ثابت و فشار متغیر

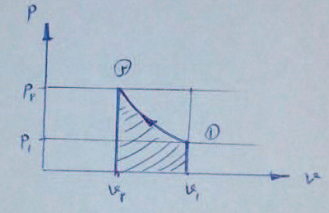
نمودار فشار ثابت




فشار متغیر تابع حجم (انبساط حجم زیاد و فشار کم)




کار ناشی از تراکم




---

ارتباط انرژی داخلی و قانون اول ترمودینامیک :

قانون اول ترمودینامیک بیان انرژی تنظیم شده است .

تغییر انرژی داخلی در گاز کامل فقط تابع تغییر دمای مطلق گاز است و از فشار و حجم مستقل می باشد .

$$Q = W + \Delta U \Rightarrow \Delta U = Q - W \quad (۳)$$

$\Delta U$ تغییر انرژی داخلی ژول $(U_2 - U_1)$

$Q$ گرما ژول

$W$ کار مکانیکی ژول

$$\Delta U = n.C_v.dT \quad (۴)$$

---

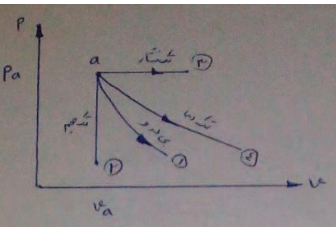
انواع فرآیندهای ترمودینامیکی :

۱- فرآیند بی دررو : بدون گرمایی وارد و خارج می شود $Q = 0$ $\Delta U = -W$

۲- " تک حجم : حجم ثابت $W = 0$ $\Delta U = Q$

۳- " تک فشار : فشار ثابت $\Delta U = Q - W$

۴- " تک دما : دما ثابت $\Delta U = 0$ $Q = W$




$T_2 > T_a$
$T_a = T_4$
$T_1 < T_a$
$T_2 < T_a$

---

فرآیند ظرفیت گرمایی گاز کامل در فشار ثابت ($c_p$)

مقدار گرمایی که وارد سیستم می‌شود

$dQ = n \cdot c_p \cdot dT$

تغییر انرژی داخلی

$du = n \cdot c_v \cdot dT$

تغییر کار

$dw = p \cdot dv = n \cdot R \cdot dT$

$du = dQ - dw$

$n \cdot c_v \cdot dT = n \cdot c_p \cdot dT - n \cdot R \cdot dT$

$c_v = c_p - R$

$c_p = c_v + R$

برای گاز تک‌اتمی $c_p = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R$

برای گاز دواتمی $c_p = \frac{7}{2}R + R = \frac{9}{2}R$

نسبت $c_p$ به $c_v$ را با گاما نشان می‌دهند

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

برای گاز تک‌اتمی $\gamma = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = 1,67$

برای گاز دواتمی $\gamma = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = 1,4$

---

فرآیند بی‌دررو گاز کامل

$P_1 \cdot v_1^{\gamma} = P_2 \cdot v_2^{\gamma}$ (1)

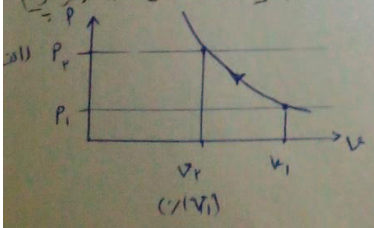
$T_1 \cdot v_1^{(\gamma-1)} = T_2 \cdot v_2^{(\gamma-1)}$ (2)

$w = n \cdot c_v (T_1 - T_2) = \frac{c_v}{R}(P_1 v_1 - P_2 v_2)$ (3)

برای محاسبه کار وقتی دما را نداریم

---

مثال: موتور اتومبیل در سرعت ۲۸۰ و هوا به دمای ۲۰°c و فشار 1 atm با به درون مکیده و بطور بی‌دررو تا $\frac{1}{10}$ حجم اولیه خود متراکم می‌کند. الف) نمودار P-V فرآیند را رسم کنید. ب) دما و فشار هوا را حساب کنید (هوا گاز کامل ۱,۴ در نظر بگیرید).




$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 v_1^{1,4-1} = T_2 (\frac{1}{10} v_1)^{1,4-1}$

$T_1 = (27+273) = 300\ K$

$T_2 = 10^{0,4} \times 300 = 2,51 \times 300 = 753\ K$

$T_2 = 753 - 273 = 480°C$

$P_1 v_1^{\gamma} = P_2 v_2^{\gamma} \Rightarrow 1 \times v_1^{1,4} = P_2 (\frac{1}{10})^{1,4} (v_1)^{1,4}$

$P_2 = 25,12\ atm$

مثال: هیدروژن با فشار $9p$ و حجم $2V_1$ ظرف حاوی اسفنج را پر کرده است. آب را از دمای $2T_1$ سرد کرده و به $T_1$ می‌رسانند. شرط آزاد شده کل $6V_1$ است.

مطلوب است: الف) مقدار مول‌های گاز — ب) تغییر انرژی داخلی گاز در کار انجام شده توسط گاز در گرمای آزاد شده با فرض ثابت ماندن حجم

الف) $n=?$ $\quad Q = n \cdot c_p \cdot \Delta t$

$$c_p = \frac{7}{2} \times 8{,}314 = 29{,}1 \ \frac{J}{mol.K}$$

$$6000 = n \times 29{,}1 \ (281{,}15 - 563{,}15)$$

$$n = 24{,}74 \ mol$$

ب) $dU=?$ $\quad dU = n \cdot c_v \cdot dt$

$$dU = 24{,}74 \times \frac{5}{2} \times 8{,}314 \times (281{,}15 - 563{,}15)$$

$$dU = -144789{,}9 \ J$$

ج) $W=?$ $\quad Q = W - dU \Rightarrow dU = Q - W$

$$-144789{,}9 = -6000 - W$$

$$W = -150789{,}9 \ J$$

د) $dU = Q - W \qquad W = 0$

$$Q = dU$$

$$Q = -144789{,}9 \ J$$

---

مثال) ۲ مول اتم هلیم در دمای $40^\circ C$ و فشار $P_1$ در یک ظرف استوانه‌ای با پیستون آزاد قرار دارد. فشار گاز را به $P_2$ می‌رسانیم.

الف) نمودار $P-V$ این فرآیند را رسم کنید.

ب) کار انجام شده توسط گاز را حساب کنید.

ج) گرمای مبادله شده با محیط را حساب کنید.

د) تغییر انرژی داخلی گاز را حساب کنید.

$n = 2 \ mol$

$T_1 = 40^\circ C = 313{,}15 \ K$

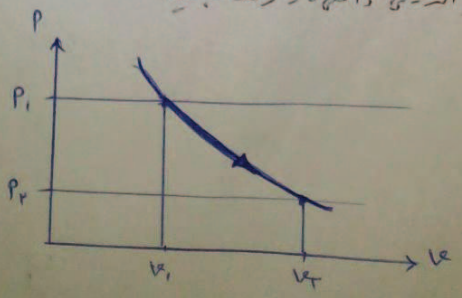
$T_2 = 10^\circ C = 283{,}15 \ K$

الف) $P-V=?$

ب) $W=?$

ج) $Q=?$

د) $dU=?$



ب) $w=?$ $\quad w = n \cdot C_v (T_1 - T_2)$

$w = \frac{7}{2} \times 8{,}314 (412{,}15 - 285{,}15)$

$w = 4427{,}49\ j$ کار روی گاز روی محیط انجام داده

ج) $du=?$ $\quad du = n \cdot C_v \cdot dt$

$du = \frac{5}{2} (8{,}314) (285{,}15 - 412{,}15)$

$du = -2647{,}49\ j$ (انسانی) کاهش انرژی داخلی

د) $Q = w + du = 0$ بی دررو

---

مثال: مقدار ۵ مول گاز ایده‌آل تک اتمی که در ابتدا در دمای $127^\circ C$ و فشار $5 \times 10^5\ Pa$ است، به‌طور برگشت‌پذیر و بی‌دررو، حجم آن به $0.5\ m^3$ کاهش می‌یابد.

الف) فشار نهایی

ب) مقدار کار انجام شده توسط گاز

ج) تغییر دمای نهایی گاز

د) آیا گاز در این تراکم گرم شده است یا سرد؟

$C_v = \frac{3}{2} R$

$P_1 = 5 \times 10^5\ Pa$

$V_1 = 1\ m^3$

$V_2 = 0.5\ m^3$

الف) $P_2 = ?$

$P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma}$

$P_2 = \frac{5 \times 10^5 \times (1)^{1.67}}{(0.5)^{1.67}}$

$P_2 = 15{,}850\ Pa$

ب) $w = ?$

ج) $T_2 = ?$

د) گاز گرم شده یا سرد؟ $\frac{T_2}{T_1} = ?$

$w = -n \cdot C_v \cdot (T_1 - T_2)$

$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

$w = \frac{C_v}{R} (P_1 V_1 - P_2 V_2)$

$\frac{\frac{3}{2} \times 8{,}314}{8{,}314} (5 \times 10^5 \times 1 - 15{,}850 \times 0.5)$

$w = -1.42 \times 10^5\ j$ کار روی محیط، روی گاز

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{v_1^{\gamma-1}}{v_2^{\gamma-1}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\%\,A^{(1,4-1)}}{\%\,D^{(1,4-1)}} = 1,4 \qquad 1,4 = 1,87$$

$T_2$ بیشتر از $T_1$ است

گاز گرم شده است و منبسط شده است.

# پایان